CIBERNETICA

O EL CONTROL Y COMUNICACION EN ANIMALES Y MAQUINAS

Norbert Wiener



SUPERINFIMOS 2 – TUSQUETS EDITORES



Serie Metatemas 8
dirigida por Jorge Wagensberg

* Alef, símbolo de los números transfinitos de Cantor

Tusquets Editores

Norbert Wiener

CIBERNETICA

o el control y comunicación
en animales y máquinas

Título original: *Cybernetics, or control and communication in the animal and the machine*

1.ª edición: marzo 1985

Traducción: Francisco Martín
Diseño de la colección: Tusquets Editores

Tusquets Editores, S.A. - Iradier, 24 - 08017 Barcelona
ISBN: 7223-452-5
Depósito Legal: B. 7294-1985
Romanyà/Valls - Verdaguer, 1 - Capellades (Barcelona)
Printed in Spain

Indice

A Arturo Rosenblueth,
compañero de ciencia durante muchos años

Prólogo a la segunda edición

Cuando hace unos trece años redacté el primer texto de *Cibernética,* diversos problemas dieron por resultado la acumulación de lamentables errores tipográficos y algunos errores de contenido. Creo que ha llegado el momento de reconsiderar la cibernética, no sólo como un simple programa a desarrollar en el futuro, sino como una ciencia de existencia plena. Por ello, aprovecho esta oportunidad para efectuar las necesarias correcciones e incluir a la vez un suplemento sobre el estado actual del tema y las nuevas modalidades de pensamiento que en relación con él se han ido produciendo desde la primera edición del libro.

Siempre que un nuevo tema científico tiene auténtica vitalidad, su centro de interés sufre necesariamente un desplazamiento en el transcurso de los años. Cuando redacté el primer texto de *Cibernética,* el principal obstáculo con que tropecé en la exposición fue que los conceptos de información estadística y de teoría del control eran nuevos y quizá chocantes para la actitud de la época. Actualmente son un instrumento tan conocido para ingenieros de la comunicación y diseñadores de controles automáticos que el principal riesgo a evitar es que la obra no parezca una recopilación de conceptos trillados y lugares comunes. El papel del *feedback* (retroalimentación) tanto en diseño de ingeniería como en biología ha quedado perfectamente establecido. El terreno de la información y de la técnica para medirla y transmitirla constituye toda una disciplina para ingenieros, fisiólogos, psicólogos y sociólogos. Los autómatas esbozados en la primera edición del libro se han hecho realidad, del mismo modo que han quedado perfectamente delimitados los peligros sociales contra los que yo mismo había advertido, no sólo en este libro, sino en *The Human Use of Human Beings*[1].

1. Wiener, N., *The human Use of human Beings; Cybernetics and Society,* Houghton Mifflin Company, Boston, 1950.

Por lo tanto, corresponde al cibernético moverse en campos y trasladar gran parte de su atención a las ideas que han ido surgiendo en la última década. Los *feedbacks* lineales simples, cuyo estudio tan importante fuera para que el científico prestara ateción al papel del estudio de la cibernética, resultan actualmente mucho menos simples y mucho menos lineales de lo que a primera vista parecían. Efectivamente, en los albores de la teoría del circuito eléctrico, los medios matemáticos para el tratamiento sistemático de las redes de circuitos no superaban la yuxtaposición lineal de resistencias, capacidades e inductancias. En aquel contexto podía describirse adecuadamente todo el tema en términos del análisis armónico de los mensajes transmitidos, y en el de las impedancias, admisiones y cocientes de voltaje de los circuitos por los que discurrían los mensajes.

Mucho antes de la publicación de *Cibernética* se hizo evidente que el estudio de los circuitos no lineales (como son los existentes en muchos amplificadores, limitadores de voltaje, rectificadores y aparatos similares) no se prestaba fácilmente a tal clasificación. No obstante, por imperativos de una mejor metodología, se dieron numerosos intentos de ampliación de los conceptos lineales de la antigua ingeniería eléctrica mucho más allá de su propio ámbito con objeto de poder expresar con naturalidad en sus mismos términos los nuevos tipos de aparatos.

Cuando hacia 1920 me incorporé al M.I.T., el modo general de plantear las preguntas relativas a aparatos no lineales era obtener una ampliación directa del concepto de impedancia de forma que incluyera sistemas lineales y no lineales. La consecuencia fue que el estudio de la ingeniería eléctrica no lineal iba pareciéndose a las últimas fases de la astronomía basada en el sistema ptolomeico, en las que se acumularon epiciclo sobre epiciclo, corrección tras corrección, hasta que finalmente aquella estructura apuntalada por todas partes se desmoronó por efecto de su propio peso.

Del mismo modo que el sistema copernicano surgió de los restos del abrumado sistema ptolomeico, con una descripción heliocéntrica simple y natural de los movimientos de los cuerpos celestes en sustitución del complicado sistema geocéntrico de Ptolomeo, el estudio de las estructuras y sistemas no lineales, eléctricos o mecánicos, ya fueran naturales o artificiales, exigía un punto de partida nuevo e independiente. En mi libro *Nonli-*

near Problems in Random Theory[2] he intentado esbozar un nuevo enfoque. Resulta que la importancia capital del análisis trigonométrico en el tratamiento de los fenómenos lineales desaparece cuando se trata de fenómenos no lineales. Y hay una clara razón matemática: los fenómenos de circuitos eléctricos, como otros muchos fenómenos físicos, se caracterizan por una invariancia en relación con su cambio de origen en el tiempo, y, así, un determinado experimento físico que, iniciado a mediodía, a las 2 ha alcanzado determinada fase, habrá llegado a la misma fase a las 2.15 si lo iniciamos a las 12.15. Por lo tanto, las leyes de la física se basan en invariantes del grupo de traslación en el tiempo.

Las funciones trigonométricas sen *nt* y cos *nt* muestran determinadas invariantes de importancia con respecto al mismo grupo de traslación. La función general

$$e^{i\omega t}$$

Se convierte en la función

$$e^{i\omega(t+\tau)} = e^{i\omega\tau}e^{i\omega t}$$

del mismo modo bajo la traslación que se obtiene añadiendo τ a t. En consecuencia:

$$a \cos n(t + \tau) + b \operatorname{sen} n(t + \tau)$$
$$= (a \cos n\tau + b \operatorname{sen} n\tau) \cos nt + (b \cos n\tau - a \operatorname{sen} n\tau) \operatorname{sen} nt$$
$$= a_1 \cos nt + b_1 \operatorname{sen} nt$$

En otras palabras, las familias de funciones

$$Ae^{i\omega t}$$

y

$$A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t$$

son invariantes en la traslación.

Actualmente existen otras familias de funciones también invariantes en la traslación. Si considero el denominado «paseo al

2. Wiener, N., *Nonlinear Problems in random Theory*, The Technology Press of M.I.T. and John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1958.

azar»*, en el que el movimiento de una partícula durante cualquier intervalo de tiempo presenta una distribución que sólo depende de la longitud de ese intervalo de tiempo y es independiente de lo que haya sucedido antes de su iniciación, el conjunto de paseos al azar también está comprendido en la traslación temporal.

En otras palabras, la mera invariante traslacional de las curvas trigonométricas es una propiedad que comparten otras series de funciones.

La propiedad característica de las funciones trigonométricas además de estas invariancias, es que

$$Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega t} = (A + B)e^{i\omega t}$$

de forma que tales funciones constituyen un conjunto lineal extremadamente simple. Se observará que esta propiedad es intrínseca a la linealidad, es decir, que podemos reducir todas las oscilaciones de una determinada frecuencia a una combinación lineal de dos. Es esta propiedad concreta la que aporta la utilidad del análisis armónico en el tratamiento de las propiedades lineales de los circuitos eléctricos. Las funciones

$$e^{i\omega t}$$

son caracteres del grupo de traslación y nos dan una representación lineal de dicho grupo.

Sin embargo, cuando tratamos con combinaciones de funciones distintas a la adición de coeficientes constantes, cuando, por ejemplo, multiplicamos dos funciones entre sí, las funciones trigonométricas simples ya no muestran esta propiedad elemental del grupo. Por otra parte, las funciones al azar como las que aparecen en el «paseo al azar», poseen ciertas propiedades muy adecuadas para la discusión de sus combinaciones no lineales.

No vale la pena entrar aquí en detalles, ya que matemáticamente es muy complejo y ya quedó expuesto en mi obra *Nonlinear Problems in Random Theory*. El material de este libro ya se ha utilizado abundantemente en la discusión sobre problemas no lineales específicos, pero aún queda mucho por hacer para desarrollar completamente el programa en él expuesto. Lo que

* *Random walk* en el original. (N. del E.)

cuenta en la práctica es que una prueba de entrada adecuada para el estudio de los sistemas no lineales reviste más bien el carácter de movimiento browniano que el de un conjunto de funciones trigonométricas. Esta función de movimiento browniano en el caso de circuitos eléctricos, puede generarse físicamente mediante el efecto de disparo. Este efecto de disparo es un fenómeno de irregularidad en las corrientes eléctricas que se origina por el hecho de que dichas corrientes no discurren a modo de caudal continuo de electricidad, sino en forma de secuencias de electrones iguales e indivisibles. Por lo tanto, las corrientes eléctricas están sujetas a irregularidades estadísticas que son a su vez de un determinado carácter uniforme y pueden amplificarse hasta un límite en que incorporan un apreciable ruido aleatorio.

Como veremos en el capítulo IX, esta teoría del ruido al azar puede utilizarse de forma práctica no sólo para el análisis de circuitos eléctricos y otros procesos no lineales, sino también para su síntesis[3]. El dispositivo que se emplea es la reducción de la salida de un instrumento no lineal con entrada al azar a una serie bien definida de ciertas funciones ortonormales que están estrechamente relacionadas con los polinomios de Hermite. El problema del análisis de un circuito no lineal estriba en la determinación de los coeficientes de esos polinomios en determinados parámetros de la entrada mediante un proceso de promedio.

La descripción del proceso es bastante simple. Aparte de la caja negra que representa un sistema no lineal no analizado, tenemos ciertos cuerpos de estructura conocida que denominaré cajas blancas[4]. Atribuyo igual ruido al azar a la caja negra y a una determinada caja blanca. El coeficiente de la caja blanca en el desarrollo de la caja negra se da como promedio del producto

3. Utilizo aquí el término «sistema no lineal» no para excluir a los sistemas lineales, sino para ampliar la clasificación de sistemas. El análisis de los sistemas no lineales mediante el ruido al azar puede también aplicarse a los sistemas lineales y así se ha hecho.

4. Los términos «caja negra» y «caja blanca» son expresiones convencionales y figuradas de uso no muy bien determinado. Yo entiendo por caja negra un aparato, tal como las redes con cuatro terminales, dos de entrada y dos de salida, que realizan una operación concreta acerca de la que no necesariamente contamos con una información precisa sobre la estructura que efectúa dicha operación. Por el contrario, una caja blanca es una red similar en la que hemos construido la relación entre los potenciales de entrada y de salida con arreglo a un plan estructural concreto para asegurar una relación entrada-salida previamente establecida.

de sus salidas. Si aplicamos este promedio a todo el conjunto de las entradas del efecto disparo, hay un teorema que nos permite sustituir este promedio en todos los casos, menos en una serie de ellos de probabilidad 0, por un promedio extraído del tiempo. Para obtener este promedio necesitamos disponer de un instrumento multiplicador para conocer el producto de las salidas de la caja negra y blanca, además de un instrumento prorrateador, que podamos establecer en base al hecho de que el potencial que atraviesa un condensador es proporcional a la cantidad de electricidad acumulada en el condensador y, por lo tanto, al tiempo íntegro de la corriente que por él discurre.

No sólo podemos determinar los coeficientes de cada una de las cajas blancas que constituyen una parte aditiva de la representación equivalente de la caja negra, sino que también se pueden determinar simultáneamente estas cantidades. Incluso es posible, empleando los dispositivos de retroalimentación adecuados, que cada una de las cajas blancas se ajuste automáticamente al nivel correspondiente a su coeficiente en el desarrollo de la caja negra. De este modo podemos construir una caja blanca múltiple que, estando adecuadamente conectada a la caja negra y sujeta a la misma entrada al azar, automáticamente se estructura en un equivalente operacional de la caja negra, aunque su estructura interna sea notablemente distinta.

Estas operaciones de análisis, síntesis y autorregulación automática de las cajas blancas para asemejarse a las cajas negras, puede realizarse con otros métodos que han descrito los profesores Amar Bose[5] y Gabor[6]. En todos ellos se emplean procesos de intervención, o aprendizaje, seleccionando las entradas apropiadas para las cajas negras y blancas, y comparándolas; y en muchos de estos procesos, incluido el método del profesor Gabor, los dispositivos multiplicadores desempeñan un importante papel. Si bien hay numerosos enfoques al problema de la multiplicación eléctrica de dos funciones, la tarea no es fácil técnicamente. Por una parte, un buen multiplicador debe funcionar sobre una amplia gama de amplitudes y, por otra, su operación

5. Bose, A.G., «Nonlinear System Characterization and Optimization», «IRE Transactions and Information Theory», IT-5, 30-40 (1959) (Suplemento especial a «IRE Transactions»).

6. Gabor, D., «Electronic Inventions and their Impact in Civilization» Conferencia inaugural, 3 de marzo de 1959, Imperial College of Science and Technology, Universidad de Londres, Inglaterra.

requiere una casi instantaneidad que lo haga exacto a las altas frecuencias. Gabor afirma que dicho multiplicador es de una frecuencia próxima a 1.000 ciclos. En el discurso inaugural de la toma de posesión de la cátedra de Ingeniería Eléctrica del Imperial College of Science and Technology de la Universidad de Londres, no especificó claramente la gama de amplitud para la que es válido su método de multiplicación, ni el grado de exactitud logrado. Aguardo con sumo interés la exposición detallada de estas propiedades para poder evaluar a fondo el multiplicador y aplicarlo a otros aparatos dependientes que lo requieran.

Todos estos dispositivos, en los que un aparato asume la estructura o función específica en base a la experiencia pasada, han dado origen a una nueva actitud muy interesante en ingeniería y en biología. En ingeniería se emplean dispositivos de carácter similar no sólo para jugar diversos juegos y realizar otros actos intencionados, sino también para una constante mejora de rendimiento en base a experiencias anteriores. En el capítulo IX se tratan algunas de estas posibilidades. Biológicamente contamos con algo al menos análogo a lo que quizás es el fenómeno crucial de la vida. Para que sea posible la herencia y las células se multipliquen, es necesario que los componentes celulares portadores de la herencia —los denominados genes— sean capaces de construir a su propia imagen otras estructuras similares portadoras de herencia. Por lo tanto, es apasionante disponer de los medios con los que puedan elaborarse estructuras capaces a su vez de producir estructuras de capacidad similar. Es el tema del capítulo X, y en él trataremos en concreto del modo en que los sistemas oscilantes de una determinada frecuencia reducen a otros sistemas fluctuantes a igual frecuencia.

Suele decirse que la producción de cualquier tipo específico de molécula a imagen de las existentes presenta la misma analogía que en ingeniería el uso de plantillas con las que el elemento funcional de una máquina sirve de matriz para la producción de otro igual. La imagen de plantilla es de índole estética, pero, para que una molécula fabrique otra, se requiere un proceso. Lanzo la hipótesis de que las frecuencias, digamos las frecuencias de los espectros moleculares, son los elementos del patrón portadores de la identidad de las sustancias biológicas, y la autoorganización genética es exponente de la autoorganización de frecuencias de que hablaré más adelante.

Ya me he referido en términos generales a las máquinas ca-

paces de aprender. Dedicaré un capítulo a una exposición más pormenorizada de este tipo de máquinas, sus posibilidades y algunos de los problemas que su uso plantea, pero antes quisiera hacer algunos comentarios generales.

Como veremos en el capítulo I, el concepto de máquinas que aprenden es tan antiguo como la propia cibernética. En los predictores antiaéreos que he mencionado, las características lineales del predictor que se utiliza en un momento determinado dependen de un conocimiento dilatado de las estadísticas del conjunto de series temporales que deseamos predecir. Como el conocimiento de esas características puede elaborarse matemáticamente con arreglo a los principios que he expuesto, es perfectamente posible diseñar una computadora que elabore dichas estadísticas, desarrollando las características momentáneas del predictor en base a una experiencia que haya sido ya observada por la misma máquina cuando se utiliza como predictor y ésta se elabora automáticamente. Esto puede ir mucho más allá de la simple predicción lineal. En diversos trabajos de Kallianpur, Masani, Akutowicz y yo mismo[7], hemos desarrollado una teoría de predicción no lineal que como mínimo es susceptible de mecanización de un modo similar mediante observaciones temporales largas para obtener las bases estadísticas de la predicción en un espacio breve de tiempo.

La teoría de la predicción lineal y no lineal conlleva ciertos requisitos sobre la bondad del ajuste de la predicción. El criterio más simple, aunque desde luego no el único utilizable, es el de la minimización del error cuadrático medio. Esto se aplica de modo particular en relación con las funciones del movimiento de Brown que utilizo para la construcción de aparatos no lineales, ya que los distintos términos de mi desarrollo poseen ciertas propiedades de ortogonalidad. Estas garantizan que la suma parcial de un número finito de dichos términos es la mejor estimulación del aparato que se quiere imitar, el cual puede hacerse empleando esos términos si se quiere cumplir el requisito del error cuadrático medio. El trabajo de Gabor depende también del

7. Wiener, N., y P. Masani, «The Prediction Theory of Multivariate Stochastic Processes», Part I, «Acta Mathematica», *98*, 111-150 (1957); Part II, *ibid*, *99*, 93-137 (1958). También Wiener, N., y E.J. Akutowicz, «The Definition and Ergodic Properties of the Stochastic Adjoint of a Unitary Transformation», *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, Ser. II, *VI*, 205-217 (1957).

error cuadrático medio, pero en términos más generales, aplicable a series temporales obtenidas con la experiencia.

El concepto de máquinas que aprenden puede ampliarse más allá de su simple utilización como predictores, filtros y aparatos de índole similar. Es de particular importancia para el estudio y construcción de máquinas que realizan un juego competitivo, como es el caso del ajedrez. En este campo el principal trabajo se debe a Samuel[8] y Watanabe[9], realizado en los laboratorios de International Business Machines Corporation (IBM). Como en el caso de filtros y predictores, ciertas funciones de las series temporales se desarrollan en términos a partir de los cuales pueda ampliarse una clase mucho mayor de funciones. Estas funciones pueden incluir evaluaciones numéricas de las cantidades significativas de las que depende el éxito de las jugadas. Por ejemplo, incluyen el número de piezas de ambos bandos, el mando absoluto de dichas piezas, su movilidad, y así sucesivamente. Al principio del uso de la máquina, se hace una ponderación provisional de los distintos datos y la máquina elige la jugada admisible para la cual la ponderación total tenga valor máximo. Hasta aquí la máquina ha trabajado con un programa estricto y no ha actuado como máquina que aprende.

Sin embargo, a veces, la máquina asume una tarea distinta y trata de ampliar esa función representada por 1 para juegos ganados, 0 para juegos perdidos y, digamos, 1/2 para juegos empatados, en términos de las diversas funciones que expresan los datos que ella es capaz de tomar conocimiento. De este modo, determina las ponderaciones de estos datos y es capaz de realizar un juego más sofisticado. Hablaré de ciertas propiedades de estas máquinas en el capítulo IX, pero quiero señalar que han resultado a tal punto un éxito, que la máquina ha sido capaz de derrotar al programador al cabo de 10-20 horas de aprender y funcionar. También menciono en ese capítulo algunos de los trabajos realizados en máquinas similares diseñadas para verificar teoremas geométricos y para estimular, hasta ciertos límites, la lógica de inducción.

Todo este trabajo forma parte de la teoría y práctica de la planificación de programación, exhaustivamente estudiada en el

8. Samuel, A.L., «Some Studies in Machine Learning. Using the Game of Checkers», «IBM Journal of Research and Development», 3, 210-229 (1959).

9. Watanabe, S., «Information Theoretical Analysis of Multivariate Correlation», «IBM Journal of Research and Development», 4, 66-82 (1960).

laboratorio de Sistemas Electrónicos del Massachusetts Institute of Technology. En él se ha descubierto que, a menos que se utilice tal dispositivo de aprendizaje, la programación de una máquina de patrón rígido es una tarea muy difícil y se necesitan urgentemente dispositivos para planificar esa programación.

Ahora que el concepto de máquinas que aprenden es aplicable a las máquinas construidas por el hombre, también es relevante en las máquinas vivas que llamamos animales, y de este modo será posible considerar la cibernética biológica bajo una nueva perspectiva. Deseo señalar, entre las obras de otros investigadores, un libro de Stanley-Jones sobre Kibernética (escrito con k) de los sistemas vivos[10]. En la obra se dedica notable atención a los servomecanismos que mantienen el nivel de actividad del sistema nervioso, así como a otros mecanismos de retroacción que responden a estímulos particulares. Como la combinación del nivel del sistema con las respuestas particulares es en gran medida multiplicativa, también es no lineal e implica consideraciones de la misma índole de las que hemos expuesto. Este campo de actividad es actualmente muy fecundo, y yo espero que lo sea aún más en un futuro próximo.

Los métodos de las máquinas memorizadoras y de las máquinas que se automultiplican que yo he expuesto hasta la fecha son fundamentalmente, aunque no de forma absoluta, los que dependen de un aparato de alto grado de especificidad, o lo que denominaríamos un calcador. Los aspectos fisiológicos del proceso en sí deben conformarse más a las técnicas propias de los organismos vivos, en los que los calcadores están sustituidos por un proceso menos específico, aunque en todo caso un proceso en el que se organiza el propio sistema. El capítulo X está dedicado a un ejemplo de proceso autoorganizado, es decir, un proceso por el que se forman, en las ondas cerebrales, estrechas frecuencias altamente específicas. Por lo tanto, es en esencia la contrapartida del capítulo anterior en el que expongo procesos similares en base a algo más que un calcador. La existencia de frecuencias breves en las ondas cerebrales y las teorías que expongo para explicar cómo se originan, qué efectos provocan y qué utilización médica tienen, representan en mi opinión una importante ruptura en fisiología. En otros muchos campos de la

10. Stanley-Jones, D. y K. Stanley-Jones, *Kybernetics of Natural Systems, A Study in Patterns of Control*, Pergamon Press, Londres, 1960.

fisiología pueden aplicarse ideas similares y creo que supondrán una importante contribución al estudio de los fundamentos de los fenómenos vitales. Lo que presento en este campo es más un programa que un trabajo realizado, pero es un programa que me parece muy prometedor.

No ha sido mi intención, ni en la primera edición ni en ésta, hacer del libro un compendio de los logros en cibernética. Ni me interesa, ni me creo capacitado para ello. Lo único que he pretendido es exponer y ampliar mis ideas sobre el tema, reflejando ciertas ideas y reflexiones filosóficas que en origen me impulsaron a adentrarme en este campo, y que me han seguido interesando conforme lo he ido desarrollando. Por lo tanto, es una obra intensamente personal en la que he dedicado notable espacio a los trabajos que me han interesado y relativamente poco a aquéllos en que no he participado.

He recibido inestimable ayuda de diversos organismos al revisar el libro. En especial deseo manifestar mi agradecimiento a Ms. Constance D. Boyd de M.I.T. Press, al Dr. Shikao Ikehara del Instituto de Tecnología de Tokio, al Dr. Y.W. Lee del departamento de Ingeniería Eléctrica del M.I.T. y al Dr. Gordon Raisbeck de los laboratorios de Bell Telephone. En cuanto a la redacción de los nuevos capítulos, y especialmente las verificaciones del capítulo X, en el que se expone el caso de los sistemas autoorganizados que se evidencian en el estudio del electroencefalograma, deseo hacer mención particular de la ayuda que me facilitaron mis discípulos John C. Kotelly y Charles E. Robinson, y sobre todo la aportación del Dr. John S. Barlow del Hospital General de Massachusetts. El índice es obra de James W. Davis.

Sin su meticulosa colaboración y estímulo no habría sido capaz de presentar una nueva edición corregida.

Norbert Wiener

Cambridge, Massachusetts, marzo de 1961

Parte I
Primera edición de 1948

Introducción

Este libro es el resultado, tras más de una década de trabajos, de un programa realizado conjuntamente con el Dr. Rosenblueth, miembro, en aquel entonces, de la Harvard Medical School y actualmente del Instituto Nacional de Cardiología de México. En aquellas fechas, el Dr. Rosenblueth, que era colaborador y colega del difunto Dr. Walter B. Cannon, dirigía unas reuniones mensuales sobre metodología científica. La mayoría de los participantes eran jóvenes científicos de la Harvard Medical School y solíamos reunirnos para almorzar en una mesa redonda del Vanderbilt Hall. Eran unas charlas animadas y desenfadadas, y el lugar no propiciaba ni posibilitaba en absoluto el lucimiento personal. Tras el almuerzo, uno de los comensales —de nuestro grupo o un invitado— leía un trabajo científico, generalmente alguno cuya primera consideración, o al menos una de las consideraciones principales, fuera los problemas de metodología. El orador tenía que aceptar el guantelete de una aguda crítica, bien intencionada pero implacable. Era una catarsis perfecta para las ideas poco maduras, la autocrítica insuficiente, la propia confianza exagerada y la pomposidad. Los que no aguantaban la prueba no volvían, pero entre los asiduos a aquellas reuniones, entre los cuales me cuento, más de uno siguió pensando que fueron un factor formativo de gran importancia en nuestro desarrollo científico.

No todos los participantes procedían del campo de la física o de la medicina. Uno de nosotros, miembro muy asiduo y de gran utilidad en nuestras discusiones, era el Dr. Manuel Sandoval Vallarta, mexicano como el Dr. Rosenblueth, profesor de física en el Massachusetts Institute of Technology, y uno de mis primeros discípulos cuando me incorporé al Instituto después de la primera guerra mundial. El Dr. Vallarta solía traer a algunos de sus colegas del M.I.T. a aquellas reuniones y, en una de ellas, conocí

al Dr. Rosenblueth. Hacía tiempo ya que yo me interesaba por el método científico y había participado en el seminario de Josiah Royce en Harvard sobre el tema, celebrado en 1911-1913. Considerábamos, por otra parte, que era fundamental contar con la presencia de alguien capaz de examinar críticamente los temas matemáticos. De este modo me convertí en miembro activo del grupo hasta que en 1944 el Dr. Rosenblueth fue llamado a México y el trastorno general de la guerra puso fin a las reuniones.

Durante muchos años habíamos compartido el Dr. Rosenblueth y yo la convicción de que los campos más fructíferos para el desarrollo de las ciencias eran aquellos que habían quedado desatendidos como tierra de nadie entre las distintas especialidades establecidas. Desde tiempos de Leibniz no ha existido probablemente nadie con semejante dominio sobre la actividad intelectual de una época. Desde entonces la competencia científica se ha ido restringiendo cada vez más a los especialistas, circunscritos a unos campos con progresiva tendencia a estrecharse. Hace un siglo no había un Leibniz, pero había un Gauss, un Faraday y un Darwin. Actualmente pueden contarse con los dedos de la mano los científicos que no sean exclusivamente matemáticos, físicos o biólogos. Puede haber topólogos, acústicos o coleopteristas que dominen la jerga de su especialidad y conozcan toda la literatura de su especialidad y sus ramificaciones, pero la mayoría de las veces considerarán cualquier otra disciplina como algo propio de un colega con despacho tres puertas más allá en el pasillo, y creerán que cualquier interés por su parte hacia el tema es una injustificable violación de una exclusiva.

Estos campos de especialización aumentan sin cesar invadiendo nuevas áreas. La panorámica recuerda la situación que se produjo en Oregón al invadirlo simultáneamente colonos estadounidenses, ingleses, mexicanos y rusos: una increíble maraña de exploraciones, toponimia y leyes. Como veremos en esta obra, hay campos de actividad científica que han sido explorados desde los distintos ángulos de las matemáticas puras, la estadística, la ingeniería eléctrica y la neurofisiología, y en los que, según el enfoque, un mismo concepto tiene distinta terminología, con lo cual se ha triplicado o cuadriplicado una importante cantidad de trabajo, mientras necesariamente se demoraba otro trabajo importante en determinado campo a falta de resultados que en otra especialidad estaban superados.

Estas regiones limítrofes de la ciencia son las que ofrecen ma-

yores posibilidades al investigador cualificado, siendo al mismo tiempo las más refractarias a las técnicas establecidas de abordaje masivo y división del trabajo. Si la dificultad de un problema fisiológico es esencialmente matemática, los fisiólogos que no sepan matemáticas no lograrán superar esta limitación propia del fisiólogo ignorante de matemáticas. Si un fisiólogo que no sabe matemáticas trabaja con un matemático que no sabe fisiología, uno de los dos será incapaz de expresar el problema en términos comprensibles para el otro, y éste a su vez no le podrá dar una respuesta comprensible. El Dr. Rosenblueth insistía siempre en que la correcta exploración de esas zonas vírgenes del mapa científico sólo podría llevarla a cabo un equipo de científicos, especialista cada uno de ellos en su propio campo, pero con conocimientos profundos y experiencia práctica en las especialidades de sus colegas, además de ser individuos habituados al trabajo en equipo y conocedores de las costumbres intelectuales de sus colegas al punto de ser capaces de reconocer la importancia de una sugerencia, aun antes de que ésta haya sido formulada formalmente. No es una condición necesaria del matemático saber realizar un experimento fisiológico, pero debe poseer la capacidad para entenderlo, criticarlo o sugerir otro. El fisiólogo no necesita saber demostrar un determinado teorema matemático, pero debe estar a la altura de entender su importancia fisiológica, para señalar al matemático qué es lo que debe buscar. Durante años hemos soñado con una institución de científicos independientes que trabajasen en equipo en una de esas áreas científicas, no como subalternos de un ejecutivo, sino voluntariamente incorporados, por necesidad espiritual, y que entiendan ese campo de trabajo como algo unitario en donde se comparte la capacidad de conocimientos.

Ya nos habíamos puesto de acuerdo sobre estos puntos mucho antes de elegir el campo de nuestras investigaciones conjuntas y nuestras respectivas tareas en las mismas. Por mi parte, hacía mucho tiempo que sabía que, en la eventualidad de una emergencia nacional, mi puesto estaría fundamentalmente determinado por dos factores: mi estrecho contacto con el programa de máquinas computadoras desarrolladas por el Dr. Vannevar Bush, y mi propio trabajo conjunto con el Dr. Yuk Wing Lee sobre diseño de redes eléctricas. Ambos dieron importantes resultados, y, en el verano de 1940, dediqué gran parte de mi tiempo al desarrollo de máquinas computadoras para la solución

de ecuaciones diferenciales parciales. Hacía tiempo ya que me interesaba por esta clase de aparatos y estaba convencido de que el principal problema, a diferencia del caso de las ecuaciones diferenciales ordinarias, tan bien tratadas por el Dr. Bush en su analizador diferencial, era el de la representación de funciones de más de una variable. Me constaba igualmente que el proceso de barrido, similar al que se emplea en televisión, era la solución idónea y que, en realidad, la televisión estaba llamada a ser más útil en ingeniería por estas innovaciones tecnológicas que como industria independiente.

Estaba claro que cualquier proceso de barrido incrementaría enormemente el número de datos disponibles, en comparación con el número de datos con que se cuenta en un problema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Por lo tanto, para lograr resultados razonables en un tiempo razonable, era necesario aumentar al máximo la velocidad de los procesos elementales, evitando la interrupción del flujo de los mismos por efecto de operaciones de naturaleza más lenta. Era igualmente necesario realizar los procesos individuales con tal grado de exactitud que la enorme repetición de los procesos elementales no produjera un error acumulativo tan grande que encharcara la exactitud. Con arreglo a esto sugerimos los siguientes requisitos:

1. Que el aparato central de adición y multiplicación de la computadora fuera numérico, como en las máquinas corrientes de sumar, en vez de basarse en una medición, como en el analizador diferencial de Bush.
2. Que la regulación de sus mecanismos, que son fundamentalmente dispositivos conectores, se hiciera por medio de tubos electrónicos en vez de engranajes o relés mecánicos, para asegurar una acción más rápida.
3. Que, con arreglo a la política adoptada en algunos aparatos de los laboratorios de la Bell Telephone, sería probablemente más económico un aparato que adoptase la escala dos, por adición y multiplicación, en lugar de la escala diez.
4. Que toda la secuencia de operaciones la compusiera la propia máquina sin que hubiera intervención humana desde la entrada de datos hasta la obtención de los resultados finales, y que todas las decisiones lógicas necesarias para ello las desarrollara la propia máquina.
5. Que la máquina llevara incorporado un aparato para el

almacenamiento de datos, que los registrara con rapidez, los mantuviera seguros hasta su cancelación, los leyera deprisa y estuviera inmediatamente listo para almacenar nuevo material.

Estas recomendaciones, junto con las sugerencias indicativas de los medios para llevarlas a cabo, se le enviaron al Dr. Vannevar Bush para su posible utilización bélica. En aquella fase de preparación armamentística no parecieron dignas de la suficiente alta prioridad para empezar a trabajar sobre ellas. No obstante, formaban un conjunto de ideas que luego se han aplicado a la computadora moderna ultrarrápida. Coincidían mucho aquellos conceptos con el espíritu de la época, y ni por un instante se me ocurre atribuirme la responsabilidad personal de su introducción, pero han resultado útiles y espero que mi comunicado sirviera para popularizarlos entre los ingenieros. En cualquier caso, como veremos en el cuerpo del texto, todos ellos son ideas interesantes en relación con el estudio del sistema nervioso.

Así pues, el trabajo estaba expuesto y aunque no cayera en el vacío, no culminó en un proyecto inmediato entre el Dr. Rosenblueth y yo. Nuestra colaboración efectiva se produjo en otro proyecto que también se realizó por condicionantes intrínsecas a la última guerra. Al estallar el conflicto, el prestigio de la aviación alemana y el papel defensivo de la inglesa se tradujo en la atención de muchos científicos por el perfeccionamiento de la artillería antiaérea. Antes ya de la ruptura de hostilidades se había evidenciado que, debido a la rapidez del avión, todos los métodos clásicos de dirección de tiro quedaban anticuados, y era necesario incorporar al aparato de control todas las computaciones necesarias. Estas resultaban mucho más difíciles por el hecho de que, a diferencia de todos los blancos previamente conocidos, un avión lleva una velocidad que forma parte muy apreciable de la del misil que se utiliza para derribarlo. En consecuencia, es de suma importancia disparar el misil, no contra el blanco, sino de modo que misil y blanco coincidan en un determinado momento futuro en el espacio. Para ello había que encontrar un método para predecir la posición futura del avión.

El método más sencillo consiste en extrapolar el itinerario actual del avión sobre una línea recta. Es el más recomendable. Cuantos más cambios de itinerario y curvas efectúe un avión en vuelo, menos efectiva es su velocidad, menos tiempo tiene para cumplir su misión y más tiempo permanece en una zona peli-

grosa. En igualdad de otros parámetros, un avión sigue un itinerario de vuelo lo más recto posible. Sin embargo, al estallar el primer proyectil los otros parámetros *no* son iguales, y el piloto probablemente zigzagueará, hará una pirueta o intentará cualquier otra clase de acción evasiva.

Si el piloto dispusiera totalmente a voluntad de esa acción y utilizara inteligentemente las posibilidades previsibles como un buen jugador de póquer, por ejemplo, tiene tantas oportunidades de modificar la posición prevista antes de que se produzca el impacto que no podrían considerarse muy buenas las posibilidades de alcanzarle, salvo quizás en el caso de un fuego de barrera muy nutrido. Pero el piloto no tiene libertad completa de maniobra a su antojo. Para empezar, se encuentra en un avión que circula a gran velocidad y cualquier desviación de itinerario excesivamente brusca produce una aceleración que le hace perder el sentido, con el consiguiente riesgo de desintegración del aparato. Además sólo puede controlar el avión maniobrando con las superficies de sustentación, y el nuevo régimen de flujo que se establece tarda unos instantes en desarrollarse. Incluso cuando está plenamente desarrollado, lo único que cambia es la aceleración del avión, y este cambio de aceleración debe convertirse primero en cambio de velocidad y luego en cambio de posición para alcanzar su efectividad final. Además, un aviador sujeto al agobio del combate es difícil que esté en condiciones de llevar a cabo sin ninguna rémora un comportamiento voluntario muy complicado, por lo que es muy probable que efectúe el patrón de acción con que se ha entrenado.

Todo esto hizo que se considerase útil una investigación sobre el problema de la predicción curvilínea del vuelo, independientemente de que sus resultados fueran positivos o negativos para el uso en la práctica de aparatos de control que incorporaran dicha predicción curvilínea. Predecir el futuro de una curva equivale a efectuar cierta operación en el pasado. El auténtico operador de predicción no puede obtenerse con ningún aparato construible, pero hay ciertos operadores que se le asemejan y que son realizables con aparatos que pueden construirse. Sugerí al profesor Samuel Caldwell del Massachusetts Institute of Tecnology que valía la pena probar tales operadores, y él me animó inmediatamente a que los probásemos en el analizador diferencial del Dr. Bush, utilizando un modelo preparado del aparato de control de tiro en cuestión. Lo hicimos y obtuvimos unos resultados que

discutiremos en el cuerpo del texto. En cualquier caso, me encontré participando en un proyecto bélico, en el cual Julian H. Bigelow y yo compartíamos la investigación de la teoría de la predicción e interveníamos en la construcción de aparatos cuyo funcionamiento incorporase dicha teoría.

Así, por segunda vez, me veía envuelto en el estudio de un sistema mecánico-eléctrico diseñado para suplantar una función específicamente humana: en el primer caso la ejecución de un complicado patrón de computación, y en el segundo la predicción del futuro. En este segundo caso no eludiremos la discusión sobre el proceso de funcionamiento de ciertos actos humanos. Efectivamente, en ciertos aparatos de control de tiro el impulso original para apuntar llega por radar, pero en el caso más general hay un apuntador humano o un artillero, o ambos, acoplados al sistema de control de tiro, que actúan como parte esencial del mismo. Es fundamental conocer sus características, para incorporarlas matemáticamente a las máquinas que controlan. Además, su blanco, el avión, también lo controla un ser humano y conviene conocer sus características de actuación.

Bigelow y yo llegamos a la conclusión de que un factor sumamente importante en la actividad voluntaria es lo que los ingenieros de control denominan *feedback* (retroalimentación). En los capítulos correspondientes trataremos de él con gran detalle. Baste con decir por ahora que, cuando deseamos que un movimiento siga un patrón determinado, la diferencia entre este patrón y el movimiento realmente efectuado se utiliza como nuevo impulso para que la parte regulada se mueva de tal modo que su movimiento se aproxime más al previsto por el patrón. Por ejemplo, una modalidad de motor direccional náutico lleva la lectura de la rueda del timón a un dispositivo que a partir de la barra regula las válvulas del motor direccional de una manera susceptible de desconectarlas. De este modo la barra gira actuando sobre el otro conjunto regulador de válvulas situado en medio del barco y así registra la posición angular de la rueda como posición angular de la barra. Cualquier fricción u otra fuerza contraria que interrumpa el movimiento de la barra aumenta la admisión de vapor en las válvulas de un lado y la disminuye en el otro, de tal manera que incrementa el esfuerzo de rotación para que la barra se enderece en la posición necesaria. De este modo el sistema *feedback* tiende a convertir la actuación de la maquinaria de dirección en relativamente independiente de la carga.

Por el contrario, en determinadas condiciones de retraso, etc., una retroalimentación demasiado brusca impulsaría excesivamente el timón e iría seguida de una retroalimentación en sentido contrario, lo cual desvía aun más el timón hasta que el mecanismo direccional acusa una oscilación incontrolable o *hunting* y se descompone o avería. En el libro de McColl[1] está descrito con todo detalle este mecanismo de retroalimentación, las condiciones en que es útil y las circunstancias en que se descompone. Es un fenómeno bien conocido desde el punto de vista cuantitativo.

Supongamos que cojo un lápiz de plomo; para ello necesito mover determinados músculos. Ahora bien, ninguno de nosotros, salvo algunos anatomistas expertos, conocemos esos músculos e incluso entre los anatomistas hay pocos —si los hay— capaces de realizar la acción de modo totalmente voluntario contrayendo sucesivamente cada uno de los músculos necesarios. Sin embargo, aunque deseamos *coger el lápiz* una vez decidido, nuestro movimiento se efectúa de tal modo que podemos decir en términos generales que, mientras nos acercamos al lápiz, disminuye progresivamente el movimiento. Esta parte de la acción no es totalmente consciente.

Para realizar una acción de este tipo debe existir un registro cuantitativo en el sistema nervioso, consciente o inconsciente, del espacio que a cada instante nos falta para coger el lápiz. Si miramos el lápiz, esa relación es visual, al menos en parte, pero en términos más generales es cinestésica o, para utilizar un término de moda, propioceptiva. Si no hay sensaciones propioceptivas y no las sustituimos por visuales o de otra índole, no podemos realizar el acto de coger el lápiz y nos encontramos en un estado denominado *ataxia*. Una ataxia de este tipo es corriente en la modalidad de sífilis del sistema nervioso central denominada *tabes dorsalis*, en la que la sensación cinestésica transmitida por los nervios raquídeos se halla más o menos destruida.

Sin embargo, un *feedback* excesivo puede ser un inconveniente tan grave para la actividad organizada como una retroalimentación insuficiente. En vista de ello, Bigelow y yo planteamos al Dr. Rosenblueth una cuestión concreta. ¿Existe una afección en la que el paciente, al intentar realizar un acto voluntario,

1. McColl, L.A., *Fundamental Theory of Servomechanisms*, Van Nostrand, Nueva York, 1946.

como el de coger un lápiz, rebase el objetivo e incurra en una oscilación incontrolada? El Dr. Rosenblueth nos contestó inmediatamente que existía una afección muy conocida llamada temblor volicional, generalmente asociada a lesión en el cerebelo.

De este modo contábamos con una importante confirmación a nuestra hipótesis respecto a la naturaleza de, al menos, cierta actividad voluntaria. Es de señalar que nuestro punto de vista trascendía notablemente el imperante entre los neurofisiólogos. El sistema nervioso central dejaba de ser un órgano autorregulable que recibe impulsos de los sentidos y los descarga en los músculos. Por el contrario, algunas de sus actividades más características se explican sólo como procesos circulares que se originan en el sistema nervioso y van a parar a los músculos, volviendo a entrar en el sistema nervioso a través de los órganos sensoriales, independientemente de que sean propioceptores o especializados. Nos pareció que esto marcaba un hito en el estudio del campo de la neurofisiología que trata no sólo de los procesos elementales de los nervios y las sinapsis, sino también de la actividad del sistema nervioso como conjunto integrado.

Los tres opinábamos que el descubrimiento merecía un trabajo, por lo que nos pusimos a redactarlo y lo publicamos[2]. El Dr. Rosenblueth y yo consideramos que aquel trabajo sólo podía servir de base a un programa de un amplio cuerpo de investigaciones experimentales, y decidimos que, si alguna vez lográbamos llevarlas a cabo en una institución intercientífica, el tema constituiría un núcleo casi ideal para nuestra actividad.

A nivel de la ingeniería de comunicación nos parecía (a Mr. Bigelow y a mí) evidente que los problemas de ingeniería de control y de ingeniería de comunicación eran inseparables y se centraban no en torno a la técnica de la ingeniería eléctrica, sino en torno al concepto mucho más fundamental de mensaje, ya fuera transmitido por medios eléctricos, mecánicos o nerviosos. El mensaje es una secuencia discreta o continua de episodios mensurables distribuidos en el tiempo, lo que en estadística se denomina series temporales. La predicción del futuro de un mensaje la realiza cierta clase de operador sobre el pasado, independientemente de que dicho operador lo integre un esquema de

2. Rosenblueth, A., N. Wiener y J. Bigelow, «Behavior, Purpose and Teleology», *Philosophy of Science, 10,* 18-24 (1943).

computación matemática o un aparato mecánico o eléctrico. En este sentido descubrimos que los mecanismos ideales de predicción que en principio habíamos considerado, estaban sujetos a dos tipos de error de naturaleza casi antagónica. Aunque el aparato de predicción que habíamos diseñado era capaz de anticipar una curva muy suave hasta cualquier grado deseado de aproximación, sólo lo lograba a costa de un incremento de sensibilidad. Cuanto más preciso era el aparato en la predicción de ondas suaves, mayores oscilaciones sufría a poco que se apartara de la suavidad y más tiempo tardaba en disiparse la oscilación. Por ello la buena predicción de una onda suave requería un aparato más delicado y sensible que la mejor predicción posible de una curva acentuada, y la elección del aparato concreto a utilizar en casos específicos dependía de la naturaleza estadística del fenómeno a predecir. Estos dos tipos de error en interacción parecían presentar algo en común con los problemas opuestos a la medición de posición y el momento expuestos en la mecánica cuántica de Heisenberg, descrita con arreglo a su principio de incertidumbre.

Cuando comprendimos claramente que la solución del problema de la predicción óptima sólo la obtendríamos recurriendo a las estadísticas de las series temporales predecibles, no nos fue difícil convertir lo que en principio parecía una dificultad de la teoría de predicción en lo que en realidad era una eficaz herramienta para resolver el problema de dicha predicción. Adoptando las estadísticas de una serie temporal podíamos derivar una expresión explícita del error cuadrático medio de predicción mediante una técnica determinada y para una dirección determinada. Una vez conseguido, podíamos trasladar el problema de la predicción óptima a la determinación de un operador específico que redujera al mínimo una cantidad positiva específica dependiente de dicho operador. Los problemas de minimización de esta clase pertenecen a una rama concreta de las matemáticas —el cálculo de variaciones—, una rama con su propia técnica. Con su ayuda pudimos obtener y enunciar la mejor solución del problema de la predicción del futuro de una serie temporal, dada su naturaleza estadística y, lo que es más, obtener una encarnación física de la solución construyendo un aparato.

Una vez hecho esto, al menos un problema de ingeniería cobraba nueva perspectiva. En general, el diseño en ingeniería se ha considerado más un arte que una ciencia. Al reducir un problema de esta clase a un principio de minimización, habíamos

sentado el tema sobre una base mucho más científica. Nos dábamos cuenta de que no se trataba de un caso aislado y de que existía todo un sector de la ingeniería en el que podrían resolverse similares problemas de diseño con el método del cálculo de variaciones.

Con ese mismo método abordamos y resolvimos otros problemas similares, entre ellos el del diseño de filtros de onda. Muchas veces obteníamos un mensaje contaminado por interferencias extrañas que denominábamos *ruido de fondo.* En tales casos, el problema consistía en restablecer el mensaje original, o el mensaje en determinada dirección, por medio de un operador aplicado al mensaje adulterado. El diseño óptimo de tal operador y del aparato que hace su función, depende de la naturaleza estadística del mensaje y del ruido, por separado y juntos. De este modo hemos sustituido en el diseño de filtros de ondas procesos que antes eran de naturaleza empírica y más bien aleatoria, por procesos con justificación totalmente científica.

Al hacerlo, hemos convertido el diseño en ingeniería de comunicación en una ciencia estadística, una rama de la mecánica estadística. El concepto de mecánica estadística lleva más de un siglo rebasando los límites de todas las ramas de la ciencia. Veremos cómo este predominio de la mecánica estadística en la física moderna es de importancia vital en la interpretación de la naturaleza del tiempo. Sin embargo, en el caso de la ingeniería de comunicación, la importancia del elemento estadístico se evidencia rápidamente. La transmisión de información es imposible salvo en forma de transmisión de alternativas. Si sólo hay una contingencia a transmitir, el método más eficaz y el menos problemático es no enviar ningún mensaje. El telégrafo y el teléfono cumplen su cometido únicamente si los mensajes que transmiten varían continuamente de un modo no totalmente determinado por su pasado, y pueden diseñarse eficazmente sólo si la variación de tales mensajes se amolda a cierta clase de regularidad estadística.

Para cubrir esta faceta de la ingeniería de comunicación tuvimos que desarrollar una teoría estadística sobre la *cantidad de información,* en la que la cantidad unitaria de información era la transmitida a modo de decisión simple entre alternativas igualmente probables. Esta idea se les ocurrió casi simultáneamente a varios autores, entre ellos al estadístico R.A. Fisher, al Dr. Shannon de los laboratorios de Bell Telephone y al autor. La

motivación de Fisher en el estudio del tema fue la teoría estadística clásica; la de Shannon fue el problema de la codificación de la información, y la del autor el problema del ruido y el mensaje en los filtros eléctricos. Señalemos entre paréntesis que algunas de mis especulaciones a este respecto se relacionan con los trabajos anteriores de Kolmogoroff[3] en Rusia, si bien mi trabajo estaba notablemente avanzado antes de que llamaran mi atención los trabajos de la escuela rusa.

El concepto de cantidad de información se vincula de modo totalmente natural a un concepto clásico de la mecánica estadística: el de *entropía*. Del mismo modo que la cantidad de información en un sistema es la medida de su grado de organización, la entropía de un sistema es la medida de su grado de desorganización, y una no es más que lo opuesto de la otra. Este punto de vista nos lleva a diversas consideraciones relativas a la segunda ley de la termodinámica y al estudio de la posibilidad de los denominados diablos de Maxwell. Estas cuestiones se producen de forma independiente en el estudio de las enzimas y otros catalizadores, y su estudio es esencial para entender bien fenómenos tan fundamentales de la materia viva como el metabolismo y la reproducción. El tercer fenómeno fundamental de la vida, el de la irritabilidad, pertenece al ámbito de la teoría de la comunicación y entra en el grupo de ideas que acabamos de tratar[4].

De este modo, hace cuatro años, el grupo científico que formábamos el Dr. Rosenblueth y yo, era consciente de la unidad esencial del conjunto de problemas que constituían la médula de la comunicación, el control y la mecánica estadística, fuera en la máquina o en tejido vivo. Por otra parte, entorpecía enormemente nuestra labor la falta de unidad de la literatura relativa a estos problemas y la ausencia de una terminología común, e incluso la ausencia de un nombre para este campo concreto de investigaciones. Tras prolongadas consideraciones, llegamos a la conclusión de que la terminología existente era un condicionante de peso, en un sentido u otro, para la utilidad del futuro desarrollo de la especialidad y, como sucede con frecuencia a los científicos, nos vimos obligados a acuñar cuando menos un neolo-

3. Kolmogoroff, A.N., «Interpolation und Extrapolation von stationären Zufälligen Folgen», «Bull. Acad. Sci. U.S.S.R.», Ser. Math. 5, 3-14 (1941).

4. Schrödinger, Erwin, *¿Qué es la vida?*, Serie Metatemas 1, Tusquets Editores, Barcelona, 1983.

gismo griego para llenar la laguna, y, así, decidimos denominar al campo de la teoría del control y la comunicación en máquinas y animales, *cibernética*, vocablo formado a partir del término griego χυβερνήτης o timonel. Quisimos, al elegir esta palabra, reconocer que el primer trabajo importante relativo a los servomecanismos es un artículo sobre *gobernalles* publicado por Clerk Maxwell en 1868[5], y que *gobernalle* se deriva de una corrupción latina de χυβερνήτης. También quisimos tener en cuenta el hecho de que los dispositivos de dirección de un barco son una de las primeras y mejor desarrolladas modalidades de servomecanismo.

Aunque el término *cibernética* data tan sólo del verano de 1947, lo emplearemos para referirnos a fechas anteriores en el desarrollo de este campo. Aproximadamente desde 1942 la evolución del tema siguió distintas direcciones. En primer lugar, las ideas del trabajo conjunto de Bigelow, Rosenblueth y Wiener fueron divulgadas por el Dr. Rosenblueth en una reunión celebrada en Nueva York en 1942, patrocinada por la Fundación Josiah Macy, en la que se trataron los problemas de la inhibición central del sistema nervioso. Entre los asistentes a aquella reunión estaba el Dr. Warren McCulloch de la Escuela de Medicina de la Universidad de Illinois, quien ya se había puesto en contacto con el Dr. Rosenblueth y conmigo, a causa de su interés por el estudio de la organización del córtex cerebral.

En aquel momento entró en juego un factor que se produce repetidas veces en la historia de la cibernética: la influencia de la lógica matemática. Si me pidieran elegir un santo patrón para la cibernética extraído de la historia de la ciencia, tendría que optar por Leibniz. La filosofía de Leibniz gira en torno a dos conceptos estrechamente relacionados: el de un simbolismo universal y el de un cálculo del razonamiento. De ellos se derivan la notación matemática y la lógica simbólica actuales. Pero del mismo modo que el cálculo aritmético se adapta a una mecanización que va desde el ábaco, pasando por la calculadora de despacho, hasta las computadoras ultrarrápidas de la última generación, el *calculus ratiocinator* de Leibniz contiene el germen de la *machina ratiocinatrix*, la máquina razonadora. Efectivamente, el propio Leibniz, al igual que su antecesor Pascal, se interesaba

5. Maxwell, J.C., «Proc. Roy. Soc.», Londres, 16, 270-283 (1868).

por la construcción de máquinas computadoras metálicas. Por lo tanto, no es nada sorprendente que el mismo impulso intelectual que originó el desarrollo de la lógica matemática, originara al mismo tiempo la mecanización ideal o real del proceso del pensamiento.

Una prueba matemática que puede seguirse es aquella que podemos representar por un número finito de símbolos. Estos símbolos pueden en realidad recurrir al concepto de infinito, pero es un recurso que puede resumirse en un número finito de fases, como sucede en la inducción matemática en la que demostramos un teorema en función de un parámetro n para $n = 0$, a la vez que demostramos que la notación $n + 1$ deriva de n, con lo que establecemos el teorema para todos los valores positivos de n. Además, las reglas de operación de nuestro mecanismo deductivo deben ser un número finito, aunque parezca lo contrario por una referencia al concepto de infinito, que puede enunciarse en términos finitos. En resumen, ha resultado evidente, tanto a los nominalistas como Hilbert, como a los intuicionistas como Weyl, que el desarrollo de una teoría matemático-lógica está sujeto al mismo tipo de limitaciones que las que afectan al funcionamiento de una computadora. Como veremos más adelante, incluso pueden interpretarse de esta manera las paradojas de Cantor y Russell.

Por ser discípulo de Russell, es notable en mí su influencia. El Dr. Shannon eligió para su tesis doctoral en el Massachusetts Institute of Technology la aplicación de las técnicas del álgebra clásica de clases de Boole al estudio de los sistemas conectores en ingeniería eléctrica. Turing*, que es quizás el primero de los que estudiaron las posibilidades lógicas de la máquina como experimento intelectual, estuvo al servicio del Gobierno inglés durante la guerra en el campo de la electrónica, y actualmente dirige el programa que lleva a cabo el Laboratorio Nacional de Física en Teddington para el desarrollo de computadoras modernas.

Otro tránsfuga del campo de la lógica matemática al de la cibernética es Walter Pitts, que fue discípulo de Carnap en Chicago y estuvo en contacto con el profesor Rashevsky y su escuela

* Véase Turing, A.M., «Maquinaria computadora e inteligencia» en *Controversia sobre mentes y máquinas*, ed. Alan Ross Anderson, Serie Metatemas 7, Tusquets Editores, Barcelona, 1984. (N. del E.)

de biofísicos. Señalemos de pasada que este grupo ha contribuido enormemente a dirigir la atención de los matemáticamente dotados hacia las posibilidades de las ciencias biológicas, si bien algunos consideramos que están excesivamente supeditados a problemas de energía y potencial y a métodos de física clásica, para llevar a cabo un trabajo idóneo en el estudio de sistemas que, como el sistema nervioso, distan tanto de estar cerrados energéticamente.

El Sr. Pitts tuvo la buena fortuna de caer bajo la influencia de McCulloch, y ambos empezaron a trabajar muy pronto en problemas relativos a la unión de fibras nerviosas a través de sinapsis con sistemas con propiedades generales. Independientemente de Shannon, utilizaron la técnica de la lógica matemática para la discusión de lo que después de todo eran problemas de conexión, pero añadieron elementos que no eran sobresalientes en los anteriores trabajos de Shannon, aunque se hallan contenidos en las ideas de Turing: el empleo de tiempo como parámetro, la consideración de redes que contienen ciclos y el retraso sináptico y de otras clases[6].

En el verano de 1943 conocí al Dr. J. Lettvin del Hospital Municipal de Boston, quien mostraba gran interés por la cuestión de los mecanismos nerviosos. Era gran amigo del Sr. Pitts y me puso al corriente de su trabajo[7], convenciéndole para que viniera a Boston para presentárnoslo al Dr. Rosenblueth y a mí. Pitts fue bien acogido en nuestro grupo y se incorporó al M.I.T. en otoño de 1943 para trabajar conmigo y reforzar los fundamentos matemáticos del estudio de la nueva ciencia cibernética que, por entonces, ya había nacido pero estaba sin bautizar.

Pitts conocía ya bastante bien la lógica matemática y la neurofisiología, pero no había tenido muchos contactos con la ingeniería y no estaba al corriente de los trabajos del Dr. Shannon ni tenía gran experiencia respecto a las posibilidades de la electrónica. Se interesó enormemente cuando le enseñé ejemplos de tubos de vacío modernos y le expliqué que eran los medios ideales para realizar en metal el equivalente de los circuitos y sistemas neurónicos que él conocía. A partir de ese momento compren-

6. Turing, A.M., «On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem», *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, 42, 230-265 (1936).

7. McCulloch, W.S., y W. Pitts, «A logical Calculus of the Ideas immanent in Nervous Activity», «Bull. Math. Biophys.», 5, 115-133 (1943).

dimos claramente que la computación ultrarrápida, al depender de consecutivos dispositivos conectores, debe representar un modelo casi ideal de los problemas que se plantean en el sistema nervioso. El carácter todo-o-nada de la descarga neuronal es justamente análogo a la elección simple en la determinación de un dígito en la escala binaria, la cual más de uno entre nosotros había considerado la base más satisfactoria para el diseño de la computadora. La sinapsis no es más que un mecanismo para determinar si una combinación concreta de impulsos de salida procedentes de otro elemento van o no a actuar de estímulo adecuado para la descarga del siguiente elemento, y deben contar con un análogo exacto en la computadora. El problema de la interpretación de la naturaleza y variedades de memoria en el animal es análogo al de construir memorias artificiales para una máquina.

Por entonces quedó demostrado que la construcción de computadoras era más esencial para el potencial bélico de lo que parecía indicar la primera opinión del Dr. Bush, y ya en varios centros se estaban emprendiendo estudios con arreglo a unas directrices no muy distintas a las expuestas en mi primer informe. Harvard, Aberdeen Proving Ground y la Universidad de Pennsylvania estaban ya construyendo máquinas, y el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton y el propio M.I.T. pronto seguirían el mismo camino. En el programa se proponía un avance gradual del conjunto mecánico al conjunto eléctrico, de la escala diez a la escala binaria, del relé mecánico al relé eléctrico, de la operación dirigida por el ser humano a la operación dirigida automáticamente; y, en definitiva, cada nueva máquina construida estaba más en consonancia que la anterior con la memoria que yo había enviado al Dr. Bush. Empezaba a producirse un continuo trasiego de información entre los que estaban interesados en este campo, con lo cual se nos presentó la oportunidad de compartir nuestras ideas con otros colegas, en particular con el Dr. Aiken de Harvard, el Dr. von Neumann del Instituto de Estudios Avanzados y el Dr. Goldstine de Eniac y Edvac Machines de la Universidad de Pennsylvania. En todas partes nos escuchaban con interés y pronto el léxico de ingeniería se contaminó con términos de neurofisiología y de psicología.

En esta fase, el Dr. Neumann y yo pensamos que era conveniente celebrar una reunión conjunta de todos los interesados en lo que denominábamos cibernética. La reunión tuvo lugar en

Princeton a finales del invierno de 1943-1944. A ella acudieron ingenieros, fisiólogos y matemáticos. No fue posible la presencia del Dr. Rosenblueth porque acababa de aceptar el cargo de jefe de los laboratorios de Fisiología del Instituto Nacional de Cardiología en México, pero los fisiólogos estuvieron representados por el Dr. McCulloch y el Dr. Lorente de Nó, del Instituto Roc-kefeller. Tampoco pudo asistir el Dr. Aiken; sin embargo el Dr. Goldstine formó parte del grupo de diseñadores de computadoras que acudió a la reunión. La representación matemática la ostentábamos el Dr. von Neumann, el Sr. Pitts y yo. Los fisiólogos hicieron una introducción conjunta sobre los problemas cibernéticos desde su punto de vista y los diseñadores de computadoras expusieron sus métodos y objetivos. Al final de la reunión quedó claro que existía una sustancial base común de ideas entre los investigadores de los diversos campos, que los miembros de cada grupo podían utilizar conceptos mejor desarrollados por otros y que había que intentar establecer un vocabulario común.

Mucho antes de todo esto, el grupo de investigación bélica dirigido por el Dr. Warren Weaver había publicado un documento, que en principio fue secreto y restringido, relativo al trabajo del Sr. Bigelow y mío sobre predictores y filtros de ondas. En él se decía que las condiciones de la artillería antiaérea no justificaban el diseño de aparatos especiales para la predicción curvilínea, pero que los principios eran correctos y prácticos y que el Gobierno los había utilizado en pulidos de ánimas y en algunos campos afines. En particular se había demostrado que el tipo de ecuación integral a que se reduce el cálculo del problema de las variaciones se planteaba en los problemas de dirección ondular y en otros muchos de interés matemático práctico. Así, de una forma u otra, al acabar la guerra, estaban introducidas las ideas de la teoría de predicción y del enfoque estadístico de la ingeniería de comunicación, ya comunes a gran parte de los estadísticos e ingenieros de comunicaciones de Estados Unidos e Inglaterra; el Gobierno publicó también una memoria, hoy agotada, y se publicaron numerosos trabajos expositorios de Levinson[8], Wallman, Daniell, Philips y otros, que llenaron la laguna existente. Yo mismo estuve preparando un extenso trabajo matemático expositorio durante varios años para mantener un

8. Levinson, N., «J. Math. and Physics, 25», 261-278; 26, 110-119 (1947).

registro al día del trabajo que había ido realizando, pero, por circunstancias ajenas a mi voluntad, no se pudo publicar en su momento y, finalmente, tras una reunión conjunta en la American Mathematical Society y en el Institute of Mathematical Statistics en Nueva York, en la primavera de 1947, y al dedicarme al estudio de los procesos estocásticos desde una perspectiva muy vinculada a la cibernética, trasladé las notas de mi manuscrito al profesor Doob de la Universidad de Illinois para que, según su notación y con arreglo a sus ideas, las desarrollara en forma de libro para la colección de Estudios Matemáticos de la American Mathematical Society. Yo ya había desarrollado parte del trabajo durante una serie de conferencias en el departamento de matemáticas del M.I.T. en el verano de 1945. Desde entonces mi antiguo alumno y colaborador[9] Dr. Y.W. Lee, al regresar de China, dio en el otoño de 1947 un cursillo sobre los nuevos métodos de diseño de filtros de onda y aparatos similares, en el departamento de ingeniería eléctrica del M.I.T., pensando en convertir en libro el material de esas conferencias. Además, el documento gubernamental agotado va a ser reeditado[10].

Como he dicho, el Dr. Rosenblueth regresó a México a principios de 1944. En la primavera de 1945 recibí una invitación de la Asociación Matemática Mexicana para participar en una reunión a celebrarse en junio de aquel año en Guadalajara. Confirmaba la invitación la Comisión Instigadora y Coordinadora de la Investigación Científica dirigida por el Dr. Manuel Sandoval Vallarta de quien ya he hablado. El Dr. Rosenblueth me invitaba a compartir con él una investigación científica y el Instituto Nacional de Cardiología, dirigido por el Dr. Ignacio Chávez, me ofrecía su hospitalidad.

En aquella ocasión estuve varias semanas en México, y de común acuerdo con el Dr. Rosenblueth, decidimos proseguir una línea de trabajo de la que habíamos hablado ya con el Dr. Walter B. Cannon, quien, por entonces, también efectuaba una visita al Dr. Rosenblueth, desgraciadamente la última. Este trabajo versaba sobre la relación entre contracciones tónicas, clónicas y fásicas en la epilepsia, por una parte, y entre el espasmo tónico, el ritmo y la fibrilación cardíaca por otra. Pensábamos que el músculo cardíaco representaba un tejido irritable tan útil para la in-

9. Lee, Y.W., «J. Math. and Physics, 11», 261-278 (1932).
10. Wiener, N., *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series*, Technology Press and Wiley, Nueva York, 1949.

vestigación de los mecanismos de conducción como el tejido nervioso y que, además, las anastomosis y las decusaciones de las fibras musculares cardíacas presentaban un fenómeno más sencillo que el problema de las sinapsis nerviosas. Tenemos que agradecer profundamente al Dr. Chávez su amable hospitalidad y al Instituto, que, contrariamente a su política de investigación, permitió que el Dr. Rosenblueth se dedicara exclusivamente al estudio del corazón, por la oportunidad que nos dieron con ello de contribuir a su principal propósito.

La investigación siguió tres direcciones: el estudio de los fenómenos de conductividad y latencia en medios conductores uniformes de dos o más dimensiones y el estudio estadístico de las propiedades de conductividad de redes aleatorias de fibras conductoras. La primera directriz nos llevó a la elaboración de los rudimentos de una teoría del *flutter* (aleteo) cardíaco, y la segunda a una posible comprensión de la fibrilación. Las dos líneas de trabajo las expusimos en un escrito[11] que publicamos nosotros mismos, y, aunque en ambos casos hemos visto que nuestros anteriores resultados requieren notable revisión y suplementación, el trabajo sobre el aleteo lo está revisando Oliver G. Selfridge del M.I.T.; y la técnica estadística empleada en el estudio de las redes de músculo cardíaco la ha ampliado Walter Pitts —actualmente becario de la John Simon Guggenheim Foundation— al tratamiento de las redes neuronales. El trabajo experimental lo está realizando el Dr. Rosenblueth con ayuda del Dr. F. García Ramos del Instituto Nacional de Cardiología y la Escuela Médica del Ejército mexicano.

En la reunión de Guadalajara, convocada por la Asociación Matemática Mexicana, el Dr. Rosenblueth y yo presentamos algunos de nuestros resultados. Habíamos llegado ya a la conclusión de que nuestros anteriores planes de colaboración eran viables, y con esta circunstancia se nos presentó la ocasión de exponerlos ante una audiencia de mayor envergadura. En la primavera de 1946, el Dr. McCulloch había concertado con la Josiah Macy Foundation la primera de una serie de reuniones a celebrar en Nueva York sobre la problemática del *feedback*. Las reuniones realizadas al modo tradicional de Macy fueron eficazmente

11. Wiener, N., y A. Rosenblueth, «The Mathematical Formulation of the Problem of Conduction of Impulses in a Network of Connected Excitable Elements, Specifically in Cardiac Muscle», *Arch. Inst. Cardiol. Méx.*, 16, 205-265 (1946).

organizadas por el Dr. Frank Fremont-Smith por cuenta de la fundación. Se trataba de reunir en ellas a un grupo no muy numeroso, unos veinte investigadores de las especialidades relacionadas, para que durante dos días consecutivos dieran lectura a trabajos informales, discutieran y almorzaran juntos, hasta llegar a limar sus diferencias y establecer unas líneas de reflexión paralelas. El núcleo de nuestras reuniones había sido el grupo que acudió a Princeton en 1944, pero los doctores McCulloch y Fremont-Smith, viendo acertadamente las implicaciones psicológicas y sociológicas, incorporaron a la convocatoria a varios psicólogos, sociólogos y antropólogos relevantes. Ya desde el principio se había considerado indispensable incluir a psicólogos. El que estudia la mente no puede prescindir del sistema nervioso. Gran parte de la psicología del pasado ha resultado ser la simple fisiología de los órganos de los sentidos especializados, y todo el *corpus* de ideas que la cibernética introduce en la psicología se refiere a la fisiología y anatomía de áreas corticales altamente especializadas que conectan a los distintos órganos sensoriales especializados. Desde un principio habíamos previsto que el problema de la percepción de la *Gestalt*, o de la formación perceptual de universales, giraría en torno a estas premisas. ¿Cuál es el mecanismo por el que reconocemos un cuadrado como tal, independientemente de su posición, tamaño y orientación? Para asesorarnos en temas de esta índole y al mismo tiempo informarles del empleo que pudiera hacerse de nuestros conceptos en su propio beneficio, contábamos con la presencia de psicólogos como el profesor Klüver de la Universidad de Chicago, el difunto Dr. Kurt Lewin del M.I.T. y el Dr. M. Ericsson de Nueva York.

En lo que atañe a la sociología y a la antropología, es evidente que la importancia de la información y la comunicación como mecanismos de organización rebasa el marco individual para proyectarse sobre la comunidad; por una parte, es totalmente imposible comprender a comunidades sociales como las de las hormigas sin una profunda investigación sobre sus medios de comunicación, y afortunadamente pudimos contar con la presencia del Dr. Schneirla. Para el problema equivalente de la organización humana contamos con el asesoramiento de antropólogos como Bateson y Margaret Mead, y el Dr. Morgenstern del Instituto de Estudios Avanzados nos asesoró en el importante campo de la organización social vista desde la perspectiva de la teoría económica. Por cierto que su importante libro conjunto

con el Dr. von Neumann constituye un estudio sumamente interesante sobre organización social desde el punto de vista de métodos muy estrechamente relacionados, aunque muy distintos, con el tema principal de la cibernética. El Dr. Lewin y otros figuraron como representantes de los nuevos trabajos sobre la teoría del muestreo de opinión y la práctica de la inducción de la opinión. El Dr. F.C.S. Northrup se ocupó de evaluar la importancia filosófica de nuestro trabajo.

Con los citados no he pretendido hacer una lista exhaustiva de nuestro grupo, ya que éste experimentó una ampliación para incluir a otros ingenieros y matemáticos, aparte de Bigelow y Savage, y de neuroanatomistas y neurofisiólogos, tales como von Bonin, Lloyd y otros. La primera reunión se celebró en la primavera de 1946 y estuvo fundamentalmente dedicada a los trabajos didácticos de aquellos de nosotros que habían asistido a la reunión de Princeton, y a una evaluación general sobre la importancia de la cibernética. El espíritu de la reunión fue el de que las ideas que sirven de soporte a la cibernética eran suficientemente importantes e interesantes para todos los asistentes y justificaban una reunión cada seis meses y que, por consiguiente, antes de la próxima había que celebrar una reunión previa para los menos expertos en matemáticas, al objeto de explicarles, en un lenguaje lo más sencillo posible, la naturaleza de los conceptos matemáticos correspondientes.

En el verano de 1946 regresé a México, gracias a la Fundación Rockefeller y a la hospitalidad del Instituto Nacional de Cardiología, para continuar la colaboración con el Dr. Rosenblueth. En esta ocasión decidimos abordar directamente un problema nervioso relativo al *feedback* y ver lo que podía hacerse experimentalmente. Elegimos el gato como animal de laboratorio y el cuádriceps femoral extensor como músculo de estudio. Cortamos el ligamento del músculo y lo fijamos a una palanca sometida a una tensión fijada de antemano; registramos las contracciones isométrica e isotónicamente. Utilizamos también un oscilógrafo para registrar los cambios eléctricos simultáneos sobre el propio músculo. Fundamentalmente trabajamos con gatos, primero descerebrados con anestesia de éter y, después, actuando sobre la médula mediante una transección torácica. En muchos casos recurrimos a la estricnina para potenciar las respuestas reflejas. Cargábamos el músculo al punto de que un leve golpe estimulaba en él un patrón periódico de contracción llamado *clonus* en jerga

fisiológica. Observamos ese patrón de contracción, prestando atención al estado fisiológico del gato, la carga en el músculo, la frecuencia de oscilación, el nivel básico de oscilación y su amplitud. Nuestro propósito era valernos de esos parámetros para analizarlos como se hace con un sistema mecánico o eléctrico que presente el mismo registro. Recurrimos, por ejemplo, a los métodos del libro de McColl sobre servomecanismos. No es éste el lugar propicio para discutir la trascendencia de nuestros resultados, ya que los estamos repitiendo y preparamos su publicación. Sin embargo, podemos efectuar con certeza, o gran probabilidad, las siguientes afirmaciones: la frecuencia de la oscilación clónica es mucho menos sensible de lo que esperábamos a los cambios de las condiciones de carga y está mucho más cuasideterminada por las constantes del arco cerrado (nervio eferente)-músculo-(cuerpo terminal cinestésico)-(nervio aferente)-(sinapsis central)-(nervio eferente) que por otra cosa. Este circuito no es ni siquiera aproximadamente un circuito de operadores lineales si tomamos como base de linearidad el número de impulsos transmitidos por segundo por el nervio eferente, pero parece aproximarse mucho más a ello si sustituimos el número de impulsos por su logaritmo. Esto coincide con el hecho de que la forma de envoltura de la estimulación del nervio eferente no es del todo sinusoidal, pero el logaritmo de esta curva es mucho más casi sinusoidal, mientras que en un sistema oscilante lineal con nivel constante de energía, la forma de la curva de estimulación tiene que ser sinusoidal en todos los casos salvo en un conjunto de casos de probabilidad cero. También aquí los conceptos de facilicitación e inhibición son mucho más casi de carácter multiplicativo que aditivo. Por ejemplo, una inhibición completa equivale a una multiplicación por una pequeña cantidad. Son estos conceptos de inhibición y facilitación los empleados[12] en la discusión del arco reflejo. Además, la sinapsis es un registrador de coincidencias, y la fibra de salida sólo se estimula si el número de los impulsos de entrada en una pequeña adición rebasa un determinado umbral. Si este umbral es lo bastante bajo con respecto al número total de sinapsis de entrada, el mecanismo sináptico sirve para multiplicar probabilidades, y que pueda llegar a ser un vínculo lineal aproximado sólo es posible en un sistema

12. Artículos médicos sobre el fenómeno del clonus, del Instituto de Cardiología de México.

logarítmico: la logaritmicidad aproximada de la ley de Weber-Fechne de intensidad de sensación, aunque esta ley no sea más que una primera aproximación.

Lo más sorprendente es que, con esta base logarítmica y con los datos obtenidos a partir de la conducción de impulsos simples a través de los distintos elementos del arco neuromuscular, pudimos llegar a aproximaciones bastante aceptables de los períodos reales de vibración clónica, empleando la técnica ya desarrollada por los ingenieros de servomecanismos para la determinación de las frecuencias de las oscilaciones incontroladas en los sistemas de retroalimentación que se han descompuesto. Obtuvimos oscilaciones teóricas de unos 13,9 por segundo, en casos en que las oscilaciones observadas variaban entre frecuencias de 7 y 30, pero generalmente se mantuvieron dentro de una gama aproximada de 12 a 17. Dadas las circunstancias, la coincidencia es excelente.

La frecuencia del clonus no es el único fenómeno importante que se observa; se produce también un cambio relativamente lento en la tensión basal y un cambio aún más lento en la amplitud. No son fenómenos en absoluto lineales. Sin embargo, los cambios suficientemente bajos en las constantes de un sistema oscilante lineal pueden tratarse en una primera aproximación como si fueran infinitamente lentos y como si en cada parte de la oscilación el sistema se comportase como lo haría si sus parámetros fueran los que le correspondieran en ese momento. Es el método que en otras ramas de la física se conoce por el nombre de perturbaciones seculares. Puede utilizarse para estudiar los problemas de nivel basal y amplitud del clonus. Aunque el trabajo aún no está concluido, no cabe duda de que es viable y prometedor. Sugiere con fuerza que, aunque la secuencia temporal del arco principal en el clonus demuestra que se trata de un arco bineuronal, la amplificación de impulsos en dicho arco es variable en uno y quizás en más puntos, y que cierta parte de esta amplificación se halla afectada por procesos multineuronales lentos que discurren en una parte del sistema nervioso más alta que la cadena medular, principal responsable de la secuencia temporal del clonus. Esta amplificación variable puede resultar afectada por el nivel general de la actividad central, por efecto del empleo de estricnina o anestésicos, por descerebración y por otras muchas causas.

Estos fueron los principales resultados expuestos por el Dr.

Rosenblueth y por mí en la reunión de Macy, celebrada en el otoño de 1946, y en la reunión de la Academia de Ciencias de Nueva York celebrada simultáneamente con objeto de difundir los conceptos cibernéticos a un público más amplio. Aunque estamos satisfechos de nuestros resultados y rotundamente convencidos de la viabilidad práctica del trabajo en esa dirección, creemos que nuestra colaboración ha sido demasiado breve y hemos realizado los trabajos sujetos a una presión excesiva, por lo que no conviene publicarlos sin una ulterior confirmación experimental. Esta confirmación —que naturalmente puede resultar una refutación— vamos a intentar realizarla en el verano y el otoño de 1947.

La Fundación Rockefeller ha concedido ya al Dr. Rosenblueth una subvención para equipar un nuevo laboratorio en el Instituto Nacional de Cardiología. Pensamos que las cosas están maduras para iniciar un trabajo conjunto —es decir, con el Dr. Warren Weaver, director del departamento de Ciencias Físicas, y con el Dr. Robert Morison, director del departamento de Ciencias Médicas— estableciendo las bases de una colaboración científica a largo plazo para proseguir nuestro programa a un ritmo más tranquilo y seguro. En este sentido hemos recibido un apoyo entusiasta de nuestras respectivas instituciones. El Dr. George Harrison, decano de Ciencias, fue el representante del M.I.T. en las negociaciones, y el Dr. Ignacio Chávez actuó de portavoz del Instituto Nacional de Cardiología. En el curso de las mismas quedó claro que el laboratorio centro de la actividad conjunta se montaría en el Instituto Mexicano para evitar la duplicidad de instrumental científico y confirmar el gran interés de la Fundación Rockefeller por crear centros científicos en América Latina. Finalmente se llegó al acuerdo de un plan de cinco años, durante los cuales yo pasaré seis meses cada dos años en el Instituto y el Dr. Rosenblueth seis meses de los años intermedios en el M.I.T. El tiempo en el Instituto estará dedicado a la obtención y análisis de datos experimentales relativos a la cibernética, y en los años contrarios en el M.I.T. a investigación más teórica y, sobre todo, al intrincado problema de trazar un esquema de preparación para los que deseen dedicarse a este campo; un programa en el que se impartan los necesarios conocimientos de matemáticas, física e ingeniería, así como las técnicas adecuadas en biología, psicología y medicina.

En la primavera de 1947 el Dr. McCulloch y el Sr. Pitts rea-

lizaron un trabajo de notable importancia cibernética. El Dr. McCulloch había recibido el encargo de diseñar un aparato para que los ciegos pudieran leer acústicamente un texto impreso. La producción de tonos variables a partir de tipos impresos, mediante una célula fotoeléctrica no es nada nuevo y puede efectuarse por diversos métodos; la dificultad estriba en obtener un patrón de sonido fundamentalmente uniforme una vez previsto el tipo de letra, independientemente de su tamaño. Es un problema decididamente análogo al de la percepción de la forma, *Gestalt*, por el que reconocemos un cuadrado como tal a través de numerosos cambios de tamaño y orientación. El dispositivo del Dr. McCulloch consta de una lectura selectiva del tipo de imprenta para un conjunto de distintos tamaños. Esta lectura selectiva se realiza automáticamente como en un proceso de barrido. Este barrido, para establecer una comparación entre una figura y una determinada figura estándar de tamaño fijo pero distinto, era un dispositivo que yo ya había sugerido en una de las reuniones de Macy. Un esquema del aparato que efectuaba la lectura selectiva fue a parar a manos del Dr. von Bonin y éste inmediatamente exclamó: «¿Es un esquema de la cuarta capa del área visual del córtex cerebral?». Siguiendo esta sugerencia, el Dr. McCulloch, ayudado por el Sr. Pitts, elaboró una teoría que vinculaba la anatomía y la fisiología del córtex visual, y en ella la operación de barrido de una serie de transformaciones desempeña un importante papel. El trabajo fue presentado en la primavera de 1947, en la reunión de Macy y en la de la Academia de Ciencias de Nueva York. El proceso implica además un determinado tiempo periódico que corresponde a lo que en televisión se llama «tiempo de barrido». Hay varias claves anatómicas de este tiempo a lo largo de la cadena de sinapsis consecutivas necesarias para completar un ciclo de actividad. Estas dan un tiempo del orden de una décima de segundo para la realización completa de un ciclo de operaciones que es el período aproximado del denominado «ritmo alfa» del cerebro. Finalmente, basándose en evidencia muy distinta, se ha conjeturado que el ritmo alfa es de origen visual y muy importante en el proceso de la percepción de la forma.

En la primavera de 1947 me invitaron a participar en una conferencia matemática en Nancy sobre problemas originados en el análisis armónico. Acepté la invitación y, durante el viaje de ida y vuelta, pasé tres semanas en Inglaterra como huésped de mi

viejo amigo el profesor J.B.S. Haldane. Allí tuve la oportunidad de conocer a la mayoría de los que trabajan en el campo de las computadoras ultrarrápidas, en particular en Manchester y en los Laboratorios Nacionales de Física de Teddington, y sobre todo tuve ocasión de discutir sobre los conceptos fundamentales de la cibernética con el Sr. Turing en Teddington; hice también una visita al Laboratorio Psicológico de Cambridge y tuve la fortuna de hablar con el profesor F.C. Bartlett y sus ayudantes de los trabajos que realizan sobre el elemento humano en los procesos de control en que interviene dicho elemento. Comprobé que el interés por la cibernética está tan difundido y documentado en Inglaterra como en Estados Unidos y vi que los trabajos de ingeniería son excelentes, aunque naturalmente limitados por unos recursos financieros más reducidos. Comprobé el enorme interés y atención que suscita la cibernética a diversos niveles, y cómo para los profesores Haldane, H. Levy y Bernal es decididamente uno de los problemas prioritarios en el dietario de la ciencia y la filosofía científica. Sin embargo, no creo que se hayan realizado muchos progresos en unificar el tema ni en armonizar las distintas corrientes de investigación como hemos hecho nosotros en Estados Unidos.

En Francia, en la reunión de Nancy sobre análisis armónico, se leyeron varios trabajos unificando ideas estadísticas e ideas de ingeniería de comunicación de un modo totalmente en concordancia con el punto de vista cibernético. Tengo que mencionar en particular a los Sres. Blanc-Lapierre y Loève. También observé un notable interés por el tema por parte de matemáticos, fisiólogos y quimiofísicos, especialmente en relación con sus aspectos termodinámicos en el sentido en que afectan al problema más general de la naturaleza de la propia vida. Yo había hablado de este tema en Boston, antes de mi partida, con el bioquímico húngaro profesor Szent-Györgyi, y coincidíamos en nuestras ideas.

Debo hacer especial mención de un acontecimiento ocurrido durante mi visita a Francia. Mi colega el profesor G. de Santillana del M.I.T. me presentó al Sr. Freymann, de la casa Hermann et Cie., quien me pidió que escribiera este libro. Quedo particularmente agradecido por esta invitación, ya que el Sr. Freymann es mexicano y la redacción de este libro, así como gran parte de la investigación que lo ha originado, se realizaron en México.

Como ya he insinuado, una de las líneas de trabajo sugerida por las ideas expuestas en las reuniones de Macy, es la de la importancia del concepto y la técnica de la comunicación en el sistema social. Qué duda cabe de que el sistema social es una organización que, como el individuo, mantiene su coherencia por un sistema de comunicaciones, y que posee una dinámica en la que los procesos circulares de naturaleza *feedback* desempeñan un importante papel. Esto es cierto tanto en el terreno general de la antropología y de la sociología como en el campo más específico de la economía. El importante trabajo, ya mencionado, de von Neumann y Morgenstern sobre la teoría de los juegos, pertenece a este ámbito de ideas. Sobre esta base, los doctores Gregory Bateson y Margaret Mead me han requerido para que, dada la naturaleza acuciante de los problemas sociológicos y económicos de nuestra era de confusión, dedique una gran parte de mis energías a la exposición de este aspecto de la cibernética.

Por mucho que simpatice con su actitud de urgencia ante la situación y por mucho que espere que ellos y otros competentes investigadores traten este tipo de problemas, que discutiré en otro capítulo, no puedo compartir ni su opinión de que ese aspecto haya de ser para mí prioritario, ni su esperanza de que sea posible lograr un progreso determinante en esa dirección capaz de ejercer un efecto terapéutico en las actuales enfermedades de nuestra sociedad. Para empezar, las grandes cifras que se barajan al estudiar la sociedad, no sólo son estadísticas, sino que las series estadísticas en que se basan son excesivamente limitadas. No sirve de mucho situar bajo un mismo epígrafe la economía de la industria del acero antes y después de la introducción del convertidor Bessemer, ni comparar las estadísticas de la producción de recauchutados antes y después de la expansión de la industria del automóvil y del cultivo de la *Havea* en Malasia. Tampoco nos lleva a ninguna parte registrar las estadísticas de la incidencia de enfermedades venéreas en una tabla sencilla que incluya el período anterior y posterior a la introducción del Salvarsan, a excepción del propósito concreto de estudiar la eficacia de esta droga. Para una buena estadística social son necesarios amplios muestreos realizados en *condiciones esencialmente estables*, del mismo modo que para una buena resolución lumínica es necesaria una lente con gran apertura. La apertura efectiva de una lente no aumenta apreciablemente incrementando su apertura nominal, *a no ser que la lente esté hecha de un material tan homo-*

géneo que el retraso de la luz en sus distintas partes coincida con la cantidad adecuada prevista en menos de una pequeña porción de la onda luminosa. De igual modo la utilidad de amplios muestreos estadísticos en condiciones de amplia variabilidad es engañosa y espúrea. Por lo tanto, las ciencias humanas constituyen un mal campo de verificación de la técnica matemática; tan malo como lo sería la mecánica estadística de un gas para una entidad de un tamaño del orden de la molécula para la cual las fluctuaciones que despreciamos desde un punto de vista más amplio serían precisamente asunto de sumo interés. Además, a falta de técnicas numéricas rutinarias razonablemente fiables, el elemento de juicio del experto que establece la evaluación de las entidades sociológicas, antropológicas y económicas es tan predominante, que no hay campo para el novel que haya quedado incólume a la experiencia del experto. Tengo que señalar, de pasada, que el aparato moderno de la teoría de pequeños muestreos, cuando rebasa los límites de sus propios parámetros concretos y se convierte en un método de inferencia estadística positiva en nuevos casos, no me inspira ninguna confianza a menos que lo aplique un estadístico que conozca explícitamente los principales elementos de la dinámica de la nueva situación o los intuya.

He hablado de un campo en el que mis expectativas de la cibernética quedan francamente entibiadas al tener en cuenta las limitaciones de los datos que puedan obtenerse. Hay otros dos campos en los que en último extremo espero que pueda lograrse algo práctico con ayuda de los conceptos cibernéticos, pero es una esperanza supeditada a futuros progresos. Uno de ellos es el de las prótesis sustitutorias de extremidades mutiladas o paralizadas. Como hemos visto al hablar de la *Gestalt*, las ideas de la ingeniería de comunicación han sido ya aplicadas por McCulloch para resolver el problema de la sustitución de un sentido mutilado, construyendo un instrumento con el que los ciegos pueden leer acústicamente un texto impreso. El instrumento presentado por McCulloch asume con bastante claridad algunas de las funciones, no sólo del ojo, sino del área cortical visual. Existe una clara posibilidad de lograr algo parecido en el caso de miembros artificiales. La pérdida de un segmento de un miembro conlleva no sólo la pérdida del apoyo puramente pasivo del segmento perdido o su utilidad como prolongación mecánica del muñón, con la consiguiente pérdida del poder contráctil de sus músculos, sino también la pérdida de todas las sensaciones cutáneas y cinesté-

sicas que en él se originan. Las dos primeras pérdidas son las que actualmente el artífice de prótesis trata de suplir artificialmente, pero la tercera escapa de momento a su competencia. En el caso de una simple pierna enclavijada, esto no tiene importancia: la barra que sustituye al miembro que falta no posee grados de libertad propia, y el mecanismo cinestésico del muñón basta para controlar su posición y velocidad. Pero no sucede lo mismo en el caso de la pierna articulada con rodilla y tobillo móviles que el disminuido hace avanzar con ayuda de la musculatura remanente, porque no posee un registro adecuado de su posición y movimiento y esto entorpece su seguridad de paso en terreno irregular. No parece existir dificultad insuperable para equipar las articulaciones artificiales y la planta del pie artificial con calibradores de tensión o presión que registren eléctricamente, o de otra manera —con vibradores, por ejemplo— sobre áreas de piel intacta. Los miembros artificiales que actualmente se fabrican contrarrestan fácilmente la parálisis causada por la amputación, pero no modifican la ataxia. Utilizando receptores adecuados desaparecería también notablemente la ataxia, y el minusválido podría aprender reflejos como los que utilizamos al conducir un coche, y éstos le permitirían andar con paso más seguro. Lo que hemos expuesto a propósito de la pierna debiera aplicarse con mayor énfasis al brazo. Los lectores de libros de neurología recordarán el famoso maniquí en el que está señalado que la pérdida sensorial por efecto de la simple amputación del pulgar es mucho mayor que la resultante de una amputación de la articulación coxofemoral.

He tratado de exponer estas consideraciones a las autoridades competentes, pero hasta la fecha no he conseguido gran cosa. Ignoro si ya han surgido las mismas ideas a partir de otras fuentes, ni si se han realizado experimentos y se ha visto que eran impracticables. Si todavía no se les ha prestado la debida consideración práctica, se les prestará en un futuro inmediato.

Ahora me referiré a otro aspecto que considero digno de atención. Hace mucho tiempo que estoy firmemente convencido de que las computadoras modernas ultrarrápidas son en principio un sistema nervioso central ideal para un aparato de control automático, y que su entrada y salida no tiene que ser necesariamente números o diagramas formales, sino que podrían perfectamente ser, o bien lecturas de órganos sensoriales artificiales como células fotoeléctricas o termómetros, o bien prestaciones

de motores o solenoides. Con la ayuda de calibradores de tensión o dispositivos similares que lean las prestaciones de esos órganos motores e informen, alimentando en *feedback* al sistema de control central a modo de un sentido cinestésico artificial, podríamos construir máquinas artificiales de prácticamente cualquier grado de complejidad y eficacia. Mucho antes de la explosión de Nagasaki y que el público conociera la bomba atómica, había yo pensado que nos hallábamos ante una posibilidad social de increíble importancia para bien o para mal. La distancia que nos separa de la factoría automática con su cadena de montaje sin intervención humana depende tan sólo de que realmente realicemos un esfuerzo para llevarla a la práctica, similar al que se llevó a cabo en la II guerra mundial[13] para desarrollar la técnica del radar, por ejemplo.

He dicho que la nueva tecnología ha desbordado las posibilidades humanas para bien o para mal. Para empezar convierte el dominio metafórico de las máquinas, tal como lo vio Samuel Butler, en un problema inmediato y nada metafórico. Para la raza humana supone un conjunto de esclavos mecánicos nuevos y de suma eficacia que trabajen para ella. Este trabajo mecánico presenta la mayor parte de las ventajas económicas del trabajo esclavista, pero, a diferencia de éste, no conlleva los desmoralizadores efectos directos de la crueldad humana. Sin embargo, cualquier trabajo que acepte las condiciones de competitividad con el trabajo esclavista acepta las condiciones del mismo y es fundamentalmente trabajo de esclavos. La palabra clave de mi aserto es *competitividad*. Puede que sea bueno para la humanidad que la máquina la exima de la necesidad de efectuar tareas serviles y desagradables, o puede que no. No lo sé. No creo que sea bueno evaluar estas posibilidades en función del mercado, del dinero que se ahorra; pero es precisamente en función de la libertad de mercado —la «quinta libertad»— que se han convertido en el lema del sector de la opinión estadounidense, representado por la Asociación Nacional de Fabricantes y el «Saturday Evening Post». Me he referido a la opinión estadounidense que es la que mejor conozco por ser la de mis compatriotas, pero los mercachifles no conocen fronteras.

Quizá valga la pena que aclare los antecedentes históricos de la situación actual diciendo que la primera revolución industrial,

13. «Fortune», *32*, 139-147 (octubre); 163-169 (noviembre, 1945).

la revolución de las «satánicas y siniestras fábricas», fue la devaluación del brazo humano en competición con la máquina. No hay salario o paga con que un trabajador de pico y pala de Estados Unidos pueda vivir lo bastante bajo como para competir con el trabajo de una pala excavadora. La revolución industrial moderna seguramente devaluará el cerebro humano, al menos en sus decisiones más simples y rutinarias. Desde luego, igual que el buen carpintero, el buen mecánico, el buen sastre, han sobrevivido en cierto modo a la primera revolución industrial, es de prever que el buen científico y el buen administrador sobrevivan a la segunda. Sin embargo, dando por hecha la segunda revolución industrial, el ser humano medio de formación mediocre o inferior no tiene nada que vender que valga la pena comprar.

Naturalmente, la respuesta es vivir en una sociedad basada en los valores humanos y no en la compra y venta. Para llegar a tal modelo de sociedad necesitamos mucha planificación y mucha lucha, la cual —supongamos el mejor de los casos— se dará en el plano de las ideas, y si no ¿quién sabe? Por ello considero un deber pasar mis datos y mis ideas sobre la situación a los que están activamente interesados en las condiciones de trabajo del futuro, es decir los sindicatos. Conseguí ponerme en contacto con una o dos personalidades del C.I.O.* y me escucharon sensatos y comprensivos, pero, más allá de esos individuos, ni yo ni ellos fuimos capaces de llegar. Ellos opinaban, en consonancia con mis anteriores observaciones e informaciones, tanto en Estados Unidos como en Inglaterra, que los sindicatos y el movimiento obrero se hallan en manos de un personal muy limitado que, aunque muy bien entrenado en problemas especializados de contratación laboral y normativa sobre sueldos y condiciones de trabajo, es totalmente incapaz de asumir las cuestiones políticas, técnicas, sociológicas y económicas que condicionan la propia existencia del trabajo. No es difícil comprender por qué: el representante de un sindicato suele pasar de la vida agobiante de trabajador a la vida agobiante de administrador sin ninguna alternativa de entrenamiento más amplio; y para los que acceden a dicho entrenamiento, hacer carrera en un sindicato no es una perspectiva halagüeña, y además los sindicatos, con toda lógica, no suelen ver con buenos ojos a esta clase de personas.

Por eso los que hemos contribuido a la nueva ciencia de la

* Committee of Industrial Organizations. (N. del T.)

cibernética nos hallamos en una posición moral no muy cómoda, por decirlo de algún modo. Hemos contribuido al arranque de una nueva ciencia que, como he dicho, abarca progresos técnicos con grandes posibilidades para bien o para mal. Lo único que podemos hacer es entregarla al mundo que nos rodea, sabiendo que es el mundo de Belsen e Hiroshima. Ni siquiera nos queda la opción de suprimir estos adelantos técnicos. Son propiedad de nuestro tiempo y lo más que cualquiera de nosotros puede conseguir suprimiéndolos es poner su desarrollo en manos del más irresponsable y venal de nuestros ingenieros. Lo mejor que podemos hacer es que el gran público comprenda la perspectiva y la importancia de este trabajo y dedicar nuestros esfuerzos personales a campos como la fisiología y la psicología, más alejados de la guerra y de la explotación. Como hemos visto, hay muchos que esperan que lo bueno de una mejor comprensión del hombre y la sociedad que ofrece este nuevo campo de trabajo prevalezca y desborde a la contribución accidental que estamos aportando a la concentración de poder (que siempre está concentrado, por sus propias condiciones de existencia, en manos de los menos escrupulosos). Escribo estas líneas en 1947, y me veo obligado a decir que no abrigo muchas esperanzas.

El autor quiere expresar su agradecimiento a los Sres. Walter Pitts, Oliver Selfridge, Georges Dubé y Frederic Webster por su ayuda en la corrección del manuscrito y en la preparación del texto para su edición.

Instituto Nacional de Cardiología
Ciudad de México, noviembre de 1947

I
Tiempo newtoniano y tiempo bergsoniano

Todos los niños alemanes conocen esta canción:

«Weisst du wieviel Sternlein stehen
An dem blauen Himmelszelt?
Weisst du wieviel Wolken gehen
Weithin über alle Welt?
Gott, der Herr, hat sie gezählet
Dass ihm auch nicht eines fehlet
An der ganzen, grossen Zahl»

W. Hey

Cuyo significado es: «¿Sabes cuántas estrellas hay / en el toldo azul del cielo? / ¿Sabes cuántas nubes / pasan por el mundo? / El Señor Dios las ha contado / para que no falte ninguna / de ese gran número».

La cancioncilla es un tema interesante para el filósofo y el historiador de la ciencia, por el hecho de que establece un paralelismo entre dos ciencias cuyo tema común es el cielo que hay sobre nuestras cabezas, pero que en casi todos los restantes aspectos difieren enormemente. La astronomía es la ciencia más antigua, mientras que la meteorología es una de las más recientes. Los fenómenos astronómicos más comunes pueden predecirse con siglos de anticipación, mientras que la predicción exacta del tiempo que va a hacer mañana no suele ser fácil, y en muchos sitios resulta francamente rudimentaria.

Volviendo a la canción, la respuesta a la primera pregunta es que, dentro de unos límites, sí sabemos cuántas estrellas hay. En primer lugar, aparte de incertidumbres menores relativas a las estrellas dobles y variables, una estrella es un objeto concreto,

muy adecuado para ser contado y catalogado. Aunque un *Durchmusterung* humano de las estrellas —como se denominan a esos catálogos— excluya las estrellas inferiores a una determinada magnitud, nuestra mente no rechaza la idea de un *Durchmusterung* divino mucho más amplio.

Por el contrario, si pedimos a un meteorólogo que nos dé un *Durchmusterung* similar de las nubes, se nos reirá en las barbas o quizá nos explique con suma paciencia que en el léxico de la meteorología no existe la palabra nube, definida como un objeto con identidad casi constante; y que, si la hubiera, no posee medios para contarlas ni le interesa hacerlo. Un meteorólogo aficionado a la topología quizá defina una nube como una región continua del espacio en la que la densidad de la parte del contenido acuoso en estado sólido o líquido supera un determinado límite, pero esta definición no le sirve de nada a nadie y a lo sumo designaría un estado enormemente transitorio. Lo que realmente interesa al meteorólogo es una afirmación estadística de este tipo: «Boston, 17 de enero, 1950: Cielo cubierto 38 %; cirrocúmulos».

Existe desde luego una rama de la astronomía que trata de lo que podemos denominar meteorología cósmica, que comprende el estudio de las galaxias, nebulosas y agrupaciones estelares con su correspondiente estadística, tal como la entiende, por ejemplo, Chandrasekhar, pero es una rama de la astronomía muy reciente, más joven que la meteorología, y algo apartada de la tradición astronómica clásica. Esta tradición, aparte de sus aspectos de catalogación estrictamente clasificatorios, en origen se ocupaba más del mundo de las estrellas fijas que del sistema solar. La astronomía del sistema solar va fundamentalmente asociada a los nombres de Copérnico, Kepler, Galileo y Newton, y fue la nodriza de la física moderna.

No cabe duda de que es una ciencia de simplicidad ideal. Mucho antes de que se formulara una teoría dinámica aceptable, ya en los tiempos babilónicos, se sabía que los eclipses se producían en ciclos regulares predecibles, que se extendían en el tiempo en ambas direcciones, y que, en consecuencia, el mejor método para medir el tiempo era relacionarlo con el movimiento de las estrellas en sus cursos. El modelo de todos los acontecimientos en el sistema solar era la revolución de una rueda o de una serie de ruedas, ya fuera formulado según la teoría ptolomeica de epiciclos o con arreglo a la copernicana de órbitas; en cualquiera de

estas teorías, el futuro repite a su modo el pasado. La música de las esferas es un palindromo, y el libro de la astronomía se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. No hay diferencia, excepto en las posiciones y direcciones iniciales, entre el movimiento de un planetario que gire hacia adelante del de otro que gire al revés. Cuando finalmente Newton redujo todo esto a un conjunto formal de postulados y mecanismos cerrados, las leyes fundamentales de tales mecanismos no se alteraron por la transformación de la variable del tiempo t en su negativa.

Por lo tanto, si filmásemos los planetas, con ritmo acelerado para que se percibiera la acción, y pasáramos la película hacia atrás, tendríamos una posible imagen de los planetas conforme a la mecánica newtoniana. Por el contrario, si filmásemos la turbulencia de las nubes en un frente tormentoso y la pasáramos al revés, todo saldría mal: veríamos corrientes descendentes donde esperábamos corrientes ascendentes, turbulencia cuya textura se hace más densa, relámpagos antes de los cambios de nubosidad que suelen precederlos y así sucesivamente.

¿Cuál es la diferencia entre la situación astronómica y meteorológica que produce todas estas diferencias, y en particular la diferencia entre la aparente reversibilidad del tiempo astronómico y la aparente irreversibilidad del tiempo meteorológico? En primer lugar, el sistema meteorológico consta de un gran número de partículas aproximadamente iguales, algunas de ellas estrechamente acopladas entre sí, mientras que el sistema astronómico del universo solar sólo contiene un número relativamente bajo de partículas de gran diversidad de tamaño, acopladas entre sí de forma tan imprecisa que el efecto de acoplamiento secundario no modifica el aspecto general de la imagen que observamos, y los efectos de acoplamiento de alta magnitud son totalmente negligibles. Los planetas se mueven en condiciones más favorables al aislamiento de un conjunto limitado de fuerzas que las que se dan en cualquier experimento físico que ensayemos en el laboratorio. Comparados con las distancias que los separan, los planetas, e incluso el sol, son puntos muy próximos. Comparados con las deformaciones elásticas y plásticas que experimentan, los planetas son cuerpos bastante rígidos o, cuando no lo son, sus fuerzas internas resultan en cualquier caso de importancia relativamente insignificante en lo que al movimiento relativo de sus centros se refiere. El espacio en que se mueven está casi perfectamente exento de materia interferente y, en su atrac-

ción mutua, podemos considerar sus masas muy próximas a sus centros y constantes. La desviación de la ley de la gravedad (relación inversa de cuadrados) es ínfima. Las posiciones, velocidades y masas de los cuerpos del sistema solar son muy concretas en cualquier momento y la computación de sus posiciones futuras y pasadas, aunque laboriosa, es fácil y exacta en principio. En meteorología, por el contrario, el número de partículas implicadas es tan inconmensurable, que un registro exacto de sus posiciones y velocidades iniciales es totalmente imposible; y aunque pudiera establecerse semejante registro y se lograra la computación de sus posiciones y velocidades futuras, no obtendríamos más que una impenetrable masa de cifras que requeriría una reinterpretación radical para que resultara útil. Los términos «nube», «temperatura», «turbulencia», etc., son palabras que no definen una situación física, sino una distribución de posibles situaciones de las que sólo se aprehende un caso concreto. Si tomáramos a la vez todas las lecturas de todas las estaciones meteorológicas del globo, no obtendríamos ni la billonésima parte de datos necesarios para definir el estado real de la atmósfera desde una perspectiva newtoniana. Sólo obtendríamos ciertas constantes válidas para una infinidad de atmósferas distintas y, a lo sumo, junto con ciertas asunciones *a priori,* capaces de dar, en forma de distribución de probabilidades, una medida del conjunto de posibles atmósferas. Siguiendo las leyes de Newton, o cualquier otro sistema de leyes causales, lo único que podemos predecir en cualquier momento futuro es una distribución de probabilidades de las constantes del sistema, e incluso esta predictibilidad se disgrega al aumentar el tiempo.

Pero incluso en un sistema newtoniano, en el que el tiempo es perfectamente reversible, las cuestiones de probabilidad y predicción nos llevan a respuestas asimétricas entre pasado y futuro, porque las preguntas a que responden son asimétricas. Si efectúo un experimento físico, situó el sistema que estoy verificando desde el pasado hasta el presente de tál manera que fijo determinadas cantidades y tengo el derecho razonable a suponer que otras determinadas cantidades han experimentado distribuciones estadísticas. Luego observo la distribución estadística de los resultados al cabo de cierto tiempo. No es un proceso susceptible de reversión. Para ello sería necesario elegir una distribución adecuada de sistemas que, sin nuestra intervención, acabara dentro de ciertos límites estadísticos y averiguar cuáles eran las con-

diciones precedentes en un determinado tiempo pasado. Sin embargo, que un sistema que se inicia a partir de una posición desconocida finalice en cualquier gama estadística apretadamente definida, es un acontecimiento tan raro que podemos considerarlo un milagro, y no podemos basar nuestra técnica experimental en esperar y registrar milagros. En resumen, el tiempo es direccional, y nuestra relación con el futuro es distinta a nuestra relación con el pasado. Todos nuestros interrogantes están condicionados por esta asimetría, y ésta condiciona de igual modo todas las respuestas a dichos interrogantes.

Una cuestión astronómica muy interesante relativa a la dirección del tiempo se plantea en relación con el tiempo de la astrofísica, en el que observamos cuerpos celestes remotos en una observación simple, y en la que no parece existir ausencia de unidireccionalidad en la naturaleza del experimento. ¿Entonces, por qué la termodinámica unidireccional, que se basa en observaciones terrestres experimentales, es tan útil en astrofísica? La respuesta es interesante y no excesivamente «de cajón». Observamos las estrellas valiéndonos de la luz, de rayos de partículas que se originan en el objeto observado y que percibimos. Podemos percibir la luz que nos llega, pero no percibimos la luz que se aleja, o al menos la percepción de esa luz saliente no se logra con un experimento tan simple y directo como el de la luz incidente. La percepción de la luz incidente acaba en el ojo o en una fotografía. Condicionamos estos extremos para la percepción de imágenes poniéndolos en un estado de aislamiento respecto a cierto tiempo pasado: condicionamos el ojo a la oscuridad para evitar imágenes consecutivas y envolvemos la película emulsionada en papel negro para evitar veladuras. Está claro que sólo un ojo así y una película así nos son útiles: si tuviéramos que tener en cuenta las imágenes anteriores, podríamos acabar ciegos y, si tuviéramos que envolver la película fotográfica en papel negro después de usarla y revelarla antes de usarla, la fotografía sería un arte muy complicado. El caso es que vemos las estrellas que irradian hacia nosotros y el mundo entero, mientras que, si hubiera estrellas con evolución en sentido contrario, atraerían la radiación de todo el firmamento e incluso esa atracción de nosotros no nos sería perceptible en modo alguno, dado el hecho de que conocemos nuestro pasado pero no nuestro futuro. Por lo tanto, la parte del universo que vemos debe tener sus relaciones pasado-futuro, en lo que respecta a la emisión de radiación,

en concordancia con las nuestras. El propio hecho de que veamos una estrella implica que su termodinámica es como la nuestra.

Efectivamente, es un experimento intelectual muy interesante caer en la fantasía de concebir un ser inteligente cuyo tiempo discurriera al contrario del nuestro. Para un ser semejante sería imposible toda comunicación con nosotros. Cualquier señal que emitiera nos llegaría con un aluvión de consecuentes desde su punto de vista y de antecedentes desde el nuestro. Estos antecedentes estarían ya en nuestra experiencia y nos habrían servido de explicación natural de su señal sin necesidad de suponer que la enviaba un ser inteligente. Si nos dibujase un cuadrado, veríamos los restos de la figura como sus precursores y nos parecería la curiosa cristalización —siempre perfectamente explicable— de esos restos. Su significado nos parecería tan fortuito como las caras que vemos en montañas y acantilados. El dibujo del cuadrado nos parecería una catástrofe —súbita, claro, pero explicable por las leyes naturales— por la que el cuadrado dejaría de existir. Nuestro oponente tendría exactamente las mismas ideas con respecto a nosotros. *Dentro de cualquier mundo con el que podamos comunicar, la dirección del tiempo es uniforme.*

Volviendo al contraste entre la astronomía newtoniana y la meteorología, diremos que la mayoría de las ciencias se sitúan en una posición intermedia, pero la mayoría se aproxima más a la meteorología que a la astronomía. Incluso la astronomía, como hemos visto, contiene una meteorología cósmica. También engloba ese campo tan interesante estudiado por sir George Darwin, conocido por la teoría de la evolución mareal. Hemos dicho que podemos tratar los movimientos relativos del sol y los planetas como movimientos de cuerpos rígidos, pero no es así exactamente. La tierra, por ejemplo, está casi completamente rodeada de océanos. El agua más próxima a la luna que al centro de la tierra experimenta mayor atracción hacia nuestro satélite que la parte sólida del globo, mientras que el agua del otro lado experimenta menor atracción. Este efecto relativamente leve distribuye el agua en dos montículos, uno bajo la luna y el otro en el lado opuesto. En una esfera totalmente líquida esos montículos podrían seguir el movimiento de la luna en torno a la tierra con poca dispersión de energía, y, en consecuencia, permanecerían casi con exactitud debajo de la luna y en el lado opuesto. Por consiguiente ejercerían una fuerza sobre la luna que no influiría notablemente en su posición angular en el firmamento. Sin

embargo, la marea que producen en la tierra sufre un retraso al tropezar con las costas, y la fricción en los mares poco profundos como el mar de Bering y el de Irlanda, retrasándose con respecto a la posición de la luna, y las fuerzas que producen tal retraso son fundamentalmente turbulentas y disipativas, de naturaleza más semejante a las fuerzas que actúan en meteorología y requieren un tratamiento estadístico. De este modo la oceanografía puede denominarse la meteorología de la hidrosfera.

Las fuerzas de fricción desaceleran el movimiento de la luna en su curso alrededor de la tierra y aceleran la rotación de la propia tierra, tendiendo a aproximar cada vez más entre sí la duración del mes y del día. Efectivamente, el día de la luna es el mes, y la luna siempre presenta casi la misma cara a la tierra. Se ha sugerido que es la consecuencia de una antigua evolución mareal, cuando la luna estaba formada por algún tipo de gas líquido o material plástico que cedía por efecto de la atracción de la tierra y, al dar de sí, disipaba grandes cantidades de energía. Este fenómeno de la evolución mareal no es exclusivo de la tierra y la luna, y puede observarse en cierto grado en todos los sistemas gravitatorios. En épocas pasadas modificó notablemente la faz del sistema solar, aunque en una extensión de tiempo como la del tiempo histórico esta modificación sea leve en comparación con el movimiento de «cuerpo rígido» de los planetas del sistema solar.

Por lo tanto, hasta la astronomía gravitatoria implica procesos de fricción que se degradan. Ninguna ciencia se ajusta totalmente al modelo newtoniano. Las ciencias biológicas, por ejemplo, se fundamentan en fenómenos unidireccionales. El nacimiento no es exactamente el fenómeno opuesto a la muerte, ni el anabolismo —la construcción de tejidos— lo contrario al catabolismo o destrucción de los mismos. La división celular no sigue un patrón simétrico en el tiempo, ni tampoco la unión de las células germinativas para la formación del óvulo fecundado. El individuo es una flecha dirigida hacia el tiempo en una dirección y la raza humana va desde el pasado hacia el futuro.

Los registros paleontológicos señalan claramente una larga tendencia temporal, por interrumpida y compleja que sea, desde lo simple a lo complejo. A mediados del siglo pasado todos los científicos honrados de mente abierta lo reconocían, y no es fortuito que el problema del descubrimiento de sus mecanismos se produjera gracias a las zancadas intelectuales de dos investiga-

dores simultáneos: Charles Darwin y Alfred Wallace. El paso decisivo fue dilucidar que la mera variación fortuita de los individuos de una especie podía representarse en forma de un progreso más o menos unidireccional o poco direccional para cada línea con arreglo a los distintos grados de viabilidad de las diversas variaciones, desde el punto de vista del individuo o de la especie. Un perro mutante sin piernas no sobrevivirá, mientras que un lagarto largo y delgado que haya desarrollado el mecanismo de reptar sobre el vientre, tendrá más posibilidades de supervivencia si es esbelto y elimina el estorbo de la protuberancia de sus extremidades. Un animal acuático, pez, lagarto o mamífero, nadará mejor si su cuerpo es fusiforme, dispone de músculos corporales poderosos y está dotado de un apéndice caudal que hienda el agua; si además para alimentarse tiene que perseguir a presas rápidas, sus posibilidades de supervivencia dependerán de que adopte esta forma concreta.

Por lo tanto, la evolución es un mecanismo en el que una variabilidad más o menos fortuita va unida a un patrón bastante definido. El principio de Darwin sigue siendo válido, aunque ahora tengamos una idea más exacta del mecanismo que lo rige. Los trabajos de Mendel facilitaron una explicación más exacta y discontinua sobre la herencia que la sostenida por Darwin, mientras que el concepto de mutación, a partir de De Vries, ha modificado completamente nuestro concepto de la base estadística de la mutación. Se estudió la anatomía precisa del cromosoma y se localizó en el gen. La lista de los genetistas modernos es larga y notable. Algunos, como Haldane, han convertido el estudio estadístico del mendelismo en un eficaz instrumento para el estudio de la evolución.

Ya hemos hablado de la evolución mareal de sir George Darwin, hijo de Charles Darwin. No son fortuitas ni la relación de la idea del hijo con la del padre, ni la elección de la palabra «evolución». En la evolución mareal, del mismo modo que en el origen de las especies, interviene un mecanismo por medio del cual una variabilidad aleatoria, la de los movimientos al azar de las olas en el mar y los de las moléculas de agua, se convierte por un proceso dinámico en un patrón de desarrollo que progresa en una dirección. La teoría de la evolución mareal es decididamente una aplicación astronómica de las ideas de Darwin padre.

El tercero de la dinastía, sir Charles, es una de las autoridades en mecánica cuántica moderna. Puede que sea algo casual, pero

no obstante representa una invasión más de la estadística en el terreno de las ideas newtonianas. La tríada Maxwell-Boltzmann-Gibbs representa una reducción progresiva de la termodinámica a la mecánica estadística, es decir, en fenómenos en que se aplica la mecánica newtoniana, una reducción de los fenómenos relativos al calor y a la temperatura a una situación en la que no tratamos un sistema dinámico simple, sino una distribución estadística de sistemas dinámicos y en la que las conclusiones se refieren no a todos esos sistemas, sino a una abrumadora mayoría de los mismos. Hacia 1900 se vio que la termodinámica encerraba algún error grave, en particular en lo relativo a la radiación. El éter tenía menor capacidad para absorber las radiaciones de alta frecuencia —como demuestra la ley de Planck—, lo cual cabía suponer a partir de cualquier teoría existente sobre mecanización de la radiación. Planck expuso una teoría de la radiación cuasi atómica —la teoría cuántica— que explicaba bastante satisfactoriamente esos fenómenos, pero que se enfrentaba a todo el resto de la física. Niels Bohr expondría a continuación una teoría *ad hoc* similar sobre el átomo. Así, Newton y Planck-Bohr representan la tesis y la antítesis respectivamente de la antinomia hegeliana. La síntesis es la teoría estadística descubierta por Heisenberg en 1925 en la que la dinámica newtoniana estadística de Gibbs está sustituida por una teoría estadística muy similar a la de Newton y Gibbs para fenómenos a gran escala, pero en la que la colección completa de datos para el presente y el pasado sólo es suficiente para predecir el futuro estadísticamente. Por lo tanto, no es exagerado afirmar que no sólo la astronomía newtoniana, sino también la física newtoniana, se han convertido en un cuadro de los resultados medios de una situación estadística y, en consecuencia, en exponente de un proceso evolutivo.

Esta transición de un tiempo newtoniano reversible a un tiempo gibbsoniano irreversible ha repercutido en filosofía. Bergson puso de relieve la diferencia entre el tiempo reversible de la física, en el que no sucede nada nuevo, y el tiempo irreversible de la evolución y la biología en el que siempre hay algo nuevo. El convencimiento de que la física newtoniana no era el marco adecuado para la biología constituye quizá la piedra de toque de la antigua controversia entre vitalismo y mecanicismo, si bien ésta se complicó por el deseo de conservar a ultranza las sombras como mínimo del alma y de Dios frente a los embates del materialismo. Al final, como hemos visto, el vitalismo salió

malparado. En vez de levantar una barrera entre las afirmaciones de la vida y las de la física, se ha levantado un muro delimitando un confín tan amplio que dentro de él han quedado materia y vida. Cierto que la materia de la física moderna no es la materia de Newton, pero es algo bastante alejado de los deseos antropocéntricos de los vitalistas. La oportunidad del teórico cuántico no es la libertad agustiniana, y el Azar es un amante tan implacable como la Necesidad.

El pensamiento de cada época se refleja en su técnica. Los ingenieros civiles de la Antigüedad eran vigías, astrónomos y navegantes; los del siglo XVII y principios del XVIII eran relojeros y artesanos de lentes. Como en los tiempos antiguos, los artesanos construían sus herramientas a imagen de los cielos. Un reloj no es más que un planetario de bolsillo cuyo movimiento imita necesariamente las esferas celestes y, puesto que en su funcionamiento intervienen la fricción y la disipación de energía, son efectos que hay que compensar para que el movimiento resultante de las manecillas sea lo más periódico y regular posible. El principal logro técnico de este producto de ingeniería según el modelo de Huyghens y Newton fue la era de la navegación, en la que por primera vez fue posible computar longitudes con respetable precisión, convirtiendo el comercio oceánico de aventura aleatoria en negocio regular y racional. Es la ingeniería del mercantilismo.

Al mercader sucedió el fabricante y al cronómetro el motor de vapor. Desde el motor de Newcomen hasta casi la actualidad, el campo primordial de la ingeniería ha sido el estudio de los primeros móviles. Se ha logrado convertir el calor en energía utilizable de rotación y traslación y la física de Newton se ha complementado con la de Rumford, Carnot y Joule. Aparece la termodinámica, una ciencia en la que el tiempo es eminentemente irreversible y, aunque los primeros pasos de esta ciencia parecen representar una región de pensamiento casi sin contacto con la dinámica newtoniana, la teoría de la conservación de la energía y la ulterior explicación estadística del principio de Carnot o segunda ley de la termodinámica, o principio de degradación de la energía —ese principio por el que la máxima eficiencia obtenida de un motor de vapor depende de las temperaturas a que actúen la caldera y el condensador—, han servido para aunar termodinámica y dinámica newtoniana en lo que son respectivamente las ramas estadística y no estadística de una misma ciencia.

Si el siglo XVII y la primera parte del XVIII constituyen la época del motor de vapor, la época actual es la era de la comunicación y el control. En ingeniería eléctrica hay una fractura que en Alemania se conoce por la fractura entre la técnica de las corrientes fuertes y la técnica de las corrientes débiles, y que nosotros conocemos por diferencia entre ingeniería energética e ingeniería de comunicación. Es la brecha que separa la época pasada de la que actualmente vivimos. Hoy día la ingeniería de comunicación trata corrientes de cualquier magnitud y movimiento de motores con suficiente potencia como para accionar enormes torretas artilleras; lo que la diferencia de la ingeniería energética es que se centra prioritariamente no en la economía de energía, sino en la exacta reproducción de una señal. Esta señal puede ser una presión sobre una tecla que al otro extremo se reproduce en forma de repiqueteo de receptor telegráfico, o un sonido transmitido y recibido a través del aparato telefónico, o el giro de la rueda del timón accionada con arreglo a la posición angular de la pala. La ingeniería de comunicación se inicia con Gauss, Wheaststone y los primeros telegrafistas; su primer tratamiento científico razonable se debe a lord Kelvin, tras el fracaso del primer cable transoceánico a mediados del siglo XIX, y, a partir de la década de los ochenta, fue probablemente Heaviside quien más hizo para dotarla de configuración moderna. El descubrimiento del radar y su empleo durante la II guerra mundial, junto con las necesidades de control de la artillería antiaérea, han dado a esta ciencia gran número de matemáticos y físicos de valía. Las maravillas de la computadora automática pertenecen al mismo ámbito de ideas, que desde luego nunca en el pasado fueron tan activamente llevadas a la práctica como hoy en día.

En cualquier fase de la técnica, desde Dédalo o Herón de Alejandría, la habilidad del artífice para producir un simulacro mecánico de un organismo vivo siempre ha llamado la atención. El deseo de producir y estudiar los autómatas siempre ha quedado reflejado en el formalismo técnico propio de cada época. A los tiempos de la magia corresponde el concepto extraño y siniestro del Golem, esa estatua de barro a la que el rabino de Praga insufla vida pronunciando, blasfemo, el innombrable nombre de Dios. En tiempos de Newton, el automatismo se convirtió en la caja de relojería con música y estatuillas rígidas que evolucionaban sobre la tapa. En el siglo XIX, el autómata es el motor de vapor glorificado que quema combustible en lugar del glu-

cógeno de los músculos humanos. Finalmente, el autómata actual abre las puertas por medio de células fotoeléctricas, apunta cañones hacia el lugar en que el rayo del radar localiza un avión, o resuelve una ecuación diferencial.

Ni los griegos ni el autómata mágico se sitúan en la directriz principal del desarrollo de las máquinas modernas, ni parecen haber ejercido gran influencia en el pensamiento filosófico serio. Con los autómatas de relojería fue muy distinto, pues la idea desempeñó un papel muy particular e importante en la primera fase de la historia de la filosofía moderna, aunque parezcamos dispuestos a olvidarlo.

En primer lugar, Descartes consideraba autómatas a los animales inferiores. Lo hacía para evitar poner en tela de juicio la ortodoxia cristiana, según la cual los animales no tienen un alma que pueda condenarse o salvarse. Cómo funcionan esos autómatas es algo que Descartes no explica, que yo sepa. Sin embargo, la importante cuestión conexa del modo del vínculo relacional del alma humana, a nivel sensorial y volitivo, con su entorno material, sí que la explica Descartes, aunque de forma muy poco convincente. Sitúa Descartes la unión en la parte media del cerebro que él conocía: la glándula pineal. En cuanto a la naturaleza de esta unión —independientemente de que represente una acción directa de la mente sobre la materia y de la materia sobre la mente— tampoco se explica con mucha claridad. Probablemente la consideraba como una acción directa en ambos sentidos, pero atribuye la validez de la experiencia humana en su acción sobre el mundo externo, a la bondad y honestidad de Dios.

Es impreciso el papel atribuido a Dios en esta cuestión. O bien Dios es totalmente pasivo, en cuyo caso cuesta imaginar que la explicación de Descartes explique algo, o es un participante activo, en cuyo caso cuesta entender cómo la garantía que otorga su honestidad es algo distinto a la participación activa en el acto sensorial. Por lo tanto, la cadena causal de fenómenos materiales es paralela a una cadena causal que se inicia en el acto divino, mediante el cual El produce en nosotros las experiencias correspondientes a una determinada situación material. Asumido esto, es perfectamente natural atribuir la correspondencia entre nuestra voluntad y los efectos que parece producir en el mundo externo a una intervención divina similar. Es el camino seguido por los ocasionalistas Geulinex y Mallebranche. En Spinoza, que en

muchos aspectos es el continuador de esta escuela, la doctrina ocasionalista asume la forma más razonable de afirmar que la correspondencia entre mente y materia es la de dos atributos divinos autónomos, pero Spinoza se interesa por la dinámica y presta poca o nula atención al mecanismo de dicha correspondencia.

Es la situación con que se encuentra Leibniz, pero Leibniz se interesa tanto por la dinámica como Spinoza por la geometría y, para empezar, sustituye el par de elementos correspondientes, mente y materia, por un continuum de elementos correspondientes: las mónadas. Aunque concebidas con arreglo al patrón del alma, éstas incluyen muchos casos que no alcanzan el grado de auto-conciencia de las verdaderas almas y que forman parte del mundo que Descartes había atribuido a la materia. Cada una de ellas vive en su propio universo cerrado, en una cadena causal perfecta desde la creación o desde menos infinito en el tiempo, hasta el futuro remoto indefinido; pero por cerradas que se hallen, se corresponden entre sí mediante la armonía preestablecida por Dios. Leibniz las compara a relojes a los que se ha dado cuerda para que marquen el tiempo al unísono desde la creación hasta la eternidad. A diferencia de los relojes hechos por el hombre, no tienden al asincronismo, pero ello es debido a la artesanía perfecta y milagrosa del Creador.

Por lo tanto, Leibniz consideraba un mundo de autómatas que, como es lógico en un discípulo de Huyghens, construye siguiendo el modelo de la relojería. Aunque las mónadas se reflejan entre sí, la reflexión no es un traslado de la cadena causal de una a otra, en realidad son tan independientes como, o más independientes que, las figurillas pasivas que bailan sobre la tapa de una caja de música. No ejercen influencia sobre el mundo externo ni éste influye en ellas. No tienen ventanas, como dice el propio Leibniz. La aparente organización del mundo que vemos es algo entre una ficción y un milagro. La mónada es un sistema solar newtoniano en minúscula.

En el siglo XIX los autómatas construidos por el hombre y los autómatas naturales, los animales y las plantas de los materialistas, se estudian bajo una perspectiva muy distinta. La conservación y la degradación de la energía son los principios importantes. El organismo vivo es ante todo un motor térmico que quema glucosa o glicógeno, o almidón, grasas y proteínas, convirtiéndolos en dióxido de carbono, agua y urea. El centro de

atención es el equilibrio metabólico, y si las bajas temperaturas del músculo animal en actividad atraen la atención en comparación con las elevadas temperaturas de un motor térmico en funcionamiento de igual eficiencia, se posterga este hecho y se explica desdeñosamente por el contraste entre energía química del organismo vivo y energía térmica del motor térmico. Los conceptos fundamentales son los relacionados con la energía, y el principal es el de potencia. La ingeniería del cuerpo es una rama de la ingeniería energética. Incluso actualmente es el punto de vista predominante entre los filósofos conservadores de mentalidad más clásica y la línea de pensamiento de biofísicos como Rashevsky y su escuela testimonia su vigencia.

Hoy día empezamos a comprender que el cuerpo dista mucho de ser un sistema conservador, y que las partes que lo componen funcionan en un entorno en el que la energía disponible es mucho más limitada de lo que habíamos supuesto. El tubo electrónico ha demostrado que un sistema con una fuente externa de energía, la mayor parte de la cual se gasta, es un medio muy eficaz para realizar las operaciones que se desean, en particular si se le hace funcionar a un nivel energético bajo. Empezamos a ver que elementos tan importantes como las neuronas, los átomos del complejo nervioso de nuestro cuerpo, funcionan en condiciones muy similares a las de los tubos de vacío con su potencial relativamente bajo que aporta la circulación desde el exterior, y que el método contable fundamental para describir su funcionamiento no es el energético. En resumen, los nuevos estudios sobre autómatas, metálicos o de carne, es una rama de la ingeniería de comunicación, y sus conceptos cardinales son los de mensaje, cantidad de interferencia o «ruido» —término adoptado de la ingeniería telefónica—, cantidad de información, técnica de codificación y otros.

En esta teoría tratamos de autómatas realmente conectados al mundo externo, no simplemente por su flujo energético, su metabolismo, sino también por un caudal de impresiones, de mensajes de entrada y por las acciones de los mensajes de salida. Los órganos a través de los cuales se reciben las impresiones son equivalentes a los órganos sensoriales humanos y animales. Constan de células fotoeléctricas y otros receptores lumínicos, sistemas de radar que perciben sus propias ondas cortas hertzianas, receptores de potencial de los iones de hidrógeno que, podríamos decir, asumen una función gustativa, termómetros, ca-

libres de presión de diversos tipos, micrófonos, etc. Los efectores pueden ser motores eléctricos o solenoides, o inductores, o instrumentos de diversas clases. Entre el receptor u órgano sensorial y el efector hay intercalada una serie de elementos cuya función es recombinar las impresiones de entrada de tal modo que produzcan el deseado tipo de respuesta en los efectores. La información con que se alimenta este sistema de control central, contiene en muchas ocasiones datos relativos al funcionamiento de los propios efectores. Estos corresponden, entre otras cosas, a los órganos cinestésicos y otros propioceptores del sistema humano, porque también nosotros tenemos órganos que registran la posición de una articulación según el índice de contracción muscular, etc. Además, la información que recibe el autómata no requiere utilización inmediata, sino que puede quedar almacenada para ulterior empleo: un equivalente a la memoria. Finalmente, mientras el autómata está funcionando, puede modificar sus propias reglas operacionales con los datos que ha recibido anteriormente, lo cual no difiere esencialmente del proceso del aprendizaje.

Las máquinas de que estamos hablando no son una utopía sensacionalista ni un sueño futurista. Existen ya en forma de termostatos, sistemas automáticos de girocompás para el gobierno de buques, misiles autopropulsados —en particular los que persiguen el blanco—, sistemas de artillería antiaérea, refinerías automáticas de petróleo, computadoras ultrarrápidas y aparatos similares. Empezaron a utilizarse antes ya de la guerra —como sucede, por ejemplo, con el clásico regulador del motor de vapor—, pero el auge de mecanización experimentado durante el segundo conflicto mundial los impuso como algo corriente, y la necesidad de manipular la energía atómica, sumamente peligrosa, los perfeccionará aún más. Apenas pasa un mes sin que se edite una obra sobre los llamados mecanismos de control o servomecanismos, y la época actual es indudablemente la era de los servomecanismos como el siglo XIX fue el de la máquina de vapor o el siglo XVIII el del reloj.

Resumiendo: los numerosos autómatas de nuestra época están conectados al mundo externo para la recepción de impresiones y para realizar actos. Poseen órganos sensoriales, órganos efectores, y el equivalente a un sistema nervioso para integrar la transferencia de información entre unos y otros. Se prestan perfectamente a la descripción en términos fisiológicos y no es nada

milagroso que los incluyamos en una teoría junto con los mecanismos fisiológicos.

La relación de estos mecanismos con el tiempo requiere un minucioso estudio. Naturalmente, está claro que la relación entrada-salida es una relación consecutiva en el tiempo e implica taxativamente un orden pasado-futuro. Lo que tal vez no esté muy claro es que la teoría de los autómatas sensibles sea estadística. Interesa escasamente el funcionamiento de una máquina de ingeniería de comunicación con una entrada simple. Para que funcione como es debido, debe actuar satisfactoriamente sobre una clase completa de impulsos de entrada, y esto significa un comportamiento estadísticamente satisfactorio respecto a la clase de impulso de entrada que estadísticamente es previsible que reciba. Por lo tanto, esta teoría pertenece más a la mecánica estadística gibbsiana que a la mecánica newtoniana clásica. La estudiaremos con mayor detalle en el capítulo dedicado a la teoría de la comunicación.

En consecuencia, el autómata moderno existe en la misma modalidad de tiempo bergsoniano que los organismos vivos, y por consiguiente las consideraciones de Bergson no excluyen que el modo esencial de funcionamiento de los organismos vivos sea el mismo que el de esta clase de autómatas. El vitalismo ha triunfado al extremo de que incluso los mecanismos corresponden a la estructura temporal del vitalismo, pero, como hemos dicho, esa victoria es una derrota, ya que, desde cualquier punto de vista que tenga la mínima relación con la moral o la religión, la nueva mecánica es tan mecanicista como la antigua. Que llamemos materialista o no al nuevo punto de vista es una simple cuestión de vocabulario: el auge de la materia caracteriza una fase de la física del siglo XIX mucho más que a la época actual, y el término «materialismo» ha quedado reducido a poco más que un sinónimo ambiguo de «mecanicismo». En realidad, toda controversia mecanicista-vitalista ha quedado relegada al limbo de las cuestiones mal planteadas.

II
Grupos y mecánica estadística

Aproximadamente a principios de este siglo, dos científicos, uno en los Estados Unidos y otro en Francia, trabajaban en direcciones que, por separado, ambos habrían considerado totalmente distintas, en el caso de que hubieran tenido mutuamente la más remota idea de su existencia. En New Haven, Willard Gibbs desarrollaba una nueva perspectiva de la mecánica estadística y, en París, Henri Lebesgue rivalizaba con la fama de su maestro Emile Borel descubriendo una teoría de integración revisada y más perfeccionada, aplicable al estudio de las series trigonométricas. Los dos descubridores tenían en común su condición de hombres de estudio más que de laboratorio, pero, aparte de esto, su actitud frente a la ciencia era diametralmente opuesta.

Aunque Gibbs era matemático, siempre consideró las matemáticas como una ciencia auxiliar de la física. Lebesgue era un depurado analista, un buen exponente del rigor matemático extremadamente exacto de la época actual, y un escritor en cuyas obras no figura —que yo sepa— un solo ejemplo de problema o método que derive directamente de la física. No obstante, el trabajo de estos dos científicos forma un todo en el que las preguntas planteadas por Gibbs hallan respuesta, no en sus propios trabajos, sino en la obra de Lebesgue.

La idea clave de Gibbs es la siguiente: en la dinámica de Newton, en su forma original, nos encontramos ante un sistema individual con unas determinadas velocidades y momentos iniciales que experimenta cambios con arreglo a un determinado sistema de fuerzas sujeto a las leyes newtonianas que relacionan fuerza con aceleración. Pero, en la gran mayoría de casos prácticos, estamos muy lejos de conocer las velocidades y momentos iniciales.

Si suponemos una determinada distribución inicial de las posiciones y momentos parcialmente desconocidos del sistema, éste determinará de un modo absolutamente newtoniano la distribución de los momentos y las posiciones del movimiento en cualquier tiempo futuro. Luego, sería posible enunciar esas distribuciones, y algunas tendrían el carácter de asertos de que el sistema futuro poseerá ciertas características con probabilidad uno o ciertas características con probabilidad cero.

Las probabilidades uno y cero son conceptos que implican absoluta certidumbre y absoluta imposibilidad, pero también implican mucho más. Si disparo contra un blanco con una bala del tamaño de un punto, la posibilidad de alcanzar cualquier punto específico de la diana generalmente será cero, aunque no es imposible que lo alcance; efectivamente, en cada caso específico tengo que alcanzar un punto concreto, que es un acontecimiento de probabilidad cero. Por lo tanto, un acontecimiento de probabilidad uno, el de que alcance *algún* punto, puede construirse con un conjunto de casos de probabilidad cero.

No obstante, uno de los procesos empleados en la técnica de la mecánica estadística gibbsiana, aunque se trate de un empleo implícito y en ningún momento Gibbs demuestra que sea consciente de ello, es la resolución de una contingencia compleja en una secuencia infinita de contingencias más especiales —una primera, una segunda, una tercera, etc.—, cada una de las cuales tiene una probabilidad conocida; y la expresión de la probabilidad de esta contingencia mayor es la suma de las probabilidades de las contingencias más especiales que forman una secuencia infinita. Por lo tanto, *no podemos* sumar probabilidades en todos los casos concebibles para obtener una probabilidad de todo el acontecimiento —ya que la suma de cualquier número de ceros es cero—, mientras que *podemos* sumarlas si hay una primera, una segunda, una tercera y así sucesivamente, que formen una secuencia de contingencias en las que cada término tenga una posición concreta dada por un entero positivo.

La diferencia entre estos dos casos implica consideraciones bastante sutiles sobre la naturaleza de conjuntos de casos, y Gibbs, a pesar de ser un gran matemático, nunca fue muy sutil. ¿Es posible que una clase sea infinita y sin embargo esencialmente distinta en multiplicidad a otra clase infinita como la de los enteros positivos? El problema lo solucionó a finales del siglo pasado Georg Cantor, y la respuesta es «Sí». Si consideramos

todas las diversas fracciones decimales *finitas* o no que se den entre 0 y 1, sabemos que no pueden disponerse en el orden 1, 2, 3, aunque, sorprendentemente, todas las fracciones finitas pueden disponerse de este modo. Por lo tanto, la distinción requerida por la mecánica estadística de Gibbs no es, a primera vista, imposible. El servicio prestado por Lebesgue a la teoría de Gibbs fue demostrar que los requisitos implícitos de la mecánica estadística con respecto a las contingencias pueden satisfacerse y que la teoría de Gibbs no encierra contradicciones.

Sin embargo, el trabajo de Lebesgue no se basaba directamente en las necesidades de la mecánica estadística, sino en lo que parece una teoría muy distinta, la de las series trigonométricas. Esta se remonta a la física del siglo XVIII sobre ondas y vibraciones y a la por entonces discutible cuestión de la generalidad de los conjuntos de movimientos de un sistema lineal susceptibles de sintetizarse a partir de las vibraciones simples del sistema, es decir, a partir de aquellas vibraciones para las cuales el paso del tiempo multiplica simplemente las desviaciones del sistema respecto al equilibrio por una cantidad, positiva o negativa, dependiente estrictamente del tiempo y no de la posición. De este modo, una sola solución se expresa en forma de suma de una serie. En estas series los coeficientes se expresan como promedios del producto de la función a representar, multiplicados por una determinada función de ponderación. Toda la teoría depende de las propiedades del promedio de una serie en función del promedio de un término individual.

Obsérvese que el promedio de una cantidad que es 1 durante un intervalo de 0 a A, y 0 de A a 1, es A, y puede considerarse como la probabilidad de que el punto aleatorio se sitúe en el intervalo de 0 a A si se sabe que está situado entre 0 y 1. En otras palabras, la teoría necesaria para el promedio de una serie es muy próxima a la teoría necesaria para la explicación adecuada de las probabilidades compuestas a partir de una secuencia infinita de casos. Es el motivo por el que Lebesgue, al resolver su problema, resolvió el de Gibbs.

Las distribuciones particulares expuestas por Gibbs se prestan a una interpretación dinámica. Si consideramos una determinada clase muy general de sistema dinámico conservador, con N grados de libertad, veremos que sus coordenadas de posición y velocidad se reducen a un conjunto especial de 2N coordenadas, N de las cuales se denominan coordenadas de posición generalizada

y N de momentos generalizados. Estas determinan un espacio 2N-dimensional que define un volumen 2N-dimensional; si tomamos de nuevo cualquier región de este espacio y dejamos fluir los puntos en el curso del tiempo, que convierte a cada conjunto de 2N coordenadas en un nuevo conjunto dependiente del tiempo transcurrido, el cambio continuo de los límites de la región no cambia su volumen 2N-dimensional. En general, para conjuntos no tan simplemente definidos como estas regiones, el concepto volumen genera un sistema de medición de tipo Lebesgue. En este sistema de medición, y en los sistemas dinámicos conservadores que se transforman de tal modo que mantienen constante esta medida, hay otra entidad numéricamente evaluada que también permanece constante: la energía. Si todos los cuerpos del sistema sólo actúan recíprocamente y no hay fuerzas relacionadas a posiciones y orientaciones fijas en el espacio, hay otras dos expresiones que también permanecen constantes. Las dos son vectores: el momento y el momento del momento del sistema completo. No son difíciles de eliminar, de forma que el sistema quede sustituido por un sistema con menos grados de libertad.

En sistemas altamente especializados puede haber otras cantidades no determinadas por la energía, el momento y el momento del momento, que permanecen invariables conforme el sistema evoluciona. Sin embargo, se sabe que los sistemas en los que existe otra magnitud invariable, dependiente de las coordenadas iniciales y de los momentos de un sistema dinámico y suficientemente regular para estar sujeta al sistema de integración basado en la medición de Lebesgue, son realmente muy raros en sentido bastante estricto[1]. En los sistemas sin otras cantidades invariables, podemos fijar las coordenadas correspondientes a la energía, momento y momento total del momento, de forma que en el espacio de las coordenadas restantes, la medida determinada por la posición y las coordenadas del momento, determinará a su vez una especie de sub-medida, del mismo modo que la medida en el espacio determina un área sobre una superficie bidimensional de una familia de superficies bidimensionales. Por ejemplo, si se trata de una familia de esferas concéntricas, el volumen entre dos esferas concéntricas muy próximas, al nor-

1. Oxtoby, J.C., y S.M. Ulam, «Measure-Preserving Homeomorphisms and Metrical Transitivity», «Ann. of Math.», Ser. 2, 42, 874-920 (1941).

malizarlo tomando como un solo volumen la región entre ambas esferas, nos da en el límite una medida de área de superficie de una esfera.

Tomemos esta nueva medida sobre una región en el espacio de la fase para la cual la energía, el momento y momento total del momento estén determinados, y supongamos que no hay otras cantidades invariables mensurables en el sistema. Tomemos la medida de esta región restringida como constante, o, transformándola por un cambio de escala en 1. Como esta medida se ha obtenido a partir de una medida invariable en el tiempo, de un modo invariable en el tiempo será invariable. Denominaremos a esta medida *medida de fase* y los promedios obtenidos en relación con ella *promedios de fase*.

Sin embargo, cualquier cantidad variable en el tiempo tiene también un *promedio temporal*. Si, por ejemplo, f(t) depende de *t*, su promedio temporal para el pasado será

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{0} f(t)\, dt \qquad (2.01)$$

y su promedio temporal para el futuro

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} f(t)\, dt \qquad (2.02)$$

En la mecánica estadística de Gibbs se dan estos dos promedios de tiempo y espacio. Fue una brillante idea por parte de Gibbs tratar de demostrar que esos dos tipos de promedio eran, en cierto sentido, el mismo. En el concepto de que esas dos clases de promedio estaban relacionadas Gibbs tenía totalmente razón, aunque se equivocó rotundamente en el método con que intentó demostrarlo. Pero difícilmente puede reprochársele. Incluso en el momento en que murió, la fama de la integral de Lebesgue empezaba a divulgarse en Estados Unidos. Durante los quince años que siguieron fue una curiosidad de museo, que sirvió únicamente para mostrar a los jóvenes matemáticos las necesidades y las posibilidades de rigor. Un matemático tan distinguido como W.F. Osgood[2] no supo qué hacer con ella hasta poco antes de

2. No obstante, algunos de los primeros trabajos de Osgood representan un importante avance en la dirección de la integral de Lebesgue.

morir. Sólo en 1930 un grupo de matemáticos —Koopman, von Neumann, Birkhoff[3]— establecerían finalmente los fundamentos correctos de la mecánica estadística de Gibbs. Más adelante, al hablar de la teoría ergódica, veremos esos fundamentos.

El propio Gibbs pensaba que en un sistema del que se han eliminado todas las invariantes como extra coordenadas, casi todas las trayectorias de puntos en el espacio de las fases pasan por las coordenadas de dicho espacio. La denominó *hipótesis ergódica,* del griego εργον «trabajo» y οδος «vía». Ahora bien, en primer lugar, como han demostrado Plancherel y otros, no existe un caso significativo en el que la hipótesis sea cierta. No hay una vía diferenciable que cubra un área en el plano aunque su longitud sea infinita. Los discípulos de Gibbs, incluido quizás el propio Gibbs al final de su vida, lo vieron claramente y sustituyeron esta hipótesis por la hipótesis *cuasi-ergódica,* que simplemente afirma que en el curso del tiempo un sistema generalmente pasa indefinidamente cerca de cada punto en la región del espacio de la fase determinado por las invariantes conocidas. Es una verdad que no presenta dificultad lógica, pero sucede que es bastante inadecuada a las conclusiones que de ella extrae Gibbs. No dice nada sobre el tiempo relativo que el sistema gasta en proximidad de cada punto.

Además, los conceptos de *promedio* y de *medida* —el promedio para un universo de una función 1 de un conjunto a medir, y 0 en cualquier otro caso —cuya urgencia era inexcusable para que la teoría de Gibbs tuviera sentido y así apreciar la auténtica importancia de la teoría ergódica—, era necesario un análisis más pormenorizado del concepto de *invariante* y del concepto de *grupo de transformación.* Eran conceptos que Gibbs conocía perfectamente como lo demuestra su estudio sobre análisis vectorial. No obstante, cabe afirmar que no los evaluó en toda su importancia filosófica. Al igual que su contemporáneo Heaviside, Gibbs es uno de los científicos cuya perspicacia físico-matemática supera muchas veces su lógica y que suelen tener razón, pero que también muchas veces son incapaces de explicar por qué y cómo.

Es necesario para la existencia de cualquier ciencia que haya fenómenos que no estén aislados. En un mundo regido por una sucesión de milagros realizados por un Dios irracional sujeto a

3. Hopf, «Ergodentheorie», «Ergeb. Math.», 5, Núm. 2, Springer, Berlín (1937).

antojos súbitos, estaríamos obligados a esperar cada nueva catástrofe en un estado de pasiva perplejidad. Tenemos una imagen de un mundo de este tipo en el juego del croquet de *Alicia en el país de las maravillas*, en el que los mazos son flamencos, las bolas erizos que se enroscan tranquilamente y van a la suya, los arcos soldados de la baraja igualmente sujetos a iniciativas locomotrices propias y las reglas decretos de la quisquillosa e imprevisible Reina de Corazones.

La esencia de una regla eficaz para un juego o de una ley útil en física es que sea enunciable *a priori* y aplicable a más de un caso. Idealmente debe representar una propiedad del sistema en cuestión, que permanezca invariable cuando concurran circunstancias particulares. En el caso más simple, es una propiedad *invariable* en un conjunto de *transformaciones* a que está sujeto el sistema. Con esto llegamos a los conceptos de *transformación, grupo de transformación* e *invariante.*

Una transformación de un sistema es una alteración en la que cada elemento se convierte en otro. La modificación del sistema solar que se produce en la transición del t_1 al t_2, es una transformación del conjunto de coordenadas de los planetas. El cambio equivalente en su coordenada cuando desplazamos su origen, o sometemos los ejes geométricos a rotación, es una transformación. El cambio de escala que se produce cuando examinamos un preparado bajo la acción magnificadora del microscopio es también una transformación.

El resultado de continuar una transformación A con otra transformación B, es otra transformación conocida como el *producto* o *resultante* de BA. Se observará que en general depende del orden de A y B. Por lo tanto, si A es la transformación que convierte la coordenada x en la coordenada y y la y en la $-x$, y z permanece invariable, mientras que B convierte x en z, z en $-x$ y la y permanece invariable, entonces BA convertirá x en y, y en $-z$ y z en $-x$, mientras que AB convertirá x en z, y en $-x$ y z en $-y$. Si AB y BA son iguales, diremos que A y B son *conmutables.*

A veces, aunque no siempre, la transformación A no sólo convierte cada elemento del sistema en otro elemento, sino que posee la propiedad de que cada elemento sea el resultado de la transformación de un elemento. En tal caso hay una sola transformación A^{-1}, de forma que tanto AA^{-1} como $A^{-1}A$ son las transformaciones muy especiales que denominamos I, la *trans-*

formación identidad, que transforma cada elemento en sí mismo. En ese caso denominamos a A^{-1} la *inversa* de A. Está claro que A es la inversa de A^{-1}, que I es su propia inversa y que la inversa de AB es $B^{-1}A^{-1}$.

Existen ciertos conjuntos de transformaciones en los que cada transformación del conjunto posee una inversa, también perteneciente al conjunto, y en los que la resultante de cualquier par de transformaciones pertenecientes al propio conjunto pertenece al conjunto. Estos conjuntos se denominan *grupos de transformación*. El conjunto de todas las traslaciones a lo largo de una línea, sobre un plano, o en un espacio tridimensional, es un grupo de transformación; y lo que es más: es un grupo de transformación de tipo especial denominado *abeliano*, en el que cualquier par de transformaciones del grupo es conmutativo. El conjunto de rotaciones en torno a un punto, y el de todos los movimientos de un cuerpo rígido en el espacio, son grupos no abelianos.

Supongamos que tenemos determinada cantidad unida a todos los elementos transformados por un grupo de transformación. Si esta cantidad permanece invariable cuando cada elemento resulta modificado por la misma transformación del grupo, cualquiera que sea la transformación, se denomina *una invariante del grupo*. Hay muchas clases de estas invariantes de grupo, siendo dos de ellas de particular importancia para el tema que nos ocupa.

Las primeras son las llamadas *invariantes lineales*. Supongamos que los elementos transformados por un grupo abeliano son términos representados por x, y supongamos que f(x) es una función de valor complejo de esos elementos, con determinadas propiedades adecuadas de continuidad e integrabilidad. Entonces, si Tx representa al elemento resultante de x por efecto de la transformación T, y si f(x) es una función de valor absoluto 1, tal como

$$f(Tx) = \alpha (T)f(x) \qquad (2.03)$$

en la que α (T) es un número de valor absoluto 1 que sólo depende de T, diremos que f(x) es un *carácter* del grupo. Es una invariante del grupo en un sentido ligeramente generalizado. Si f(x) y g(x) son caracteres de grupo, está claro que f(x)g(x) también lo es, y también $[f(x)]^{-1}$. Si podemos representar cualquier

función h(x) definida dentro del grupo como combinación lineal de los caracteres del grupo, en una forma similar a

$$h(x) = \Sigma\ A_k f_k\ (x) \tag{2.04}$$

en donde $f_k(x)$ es un carácter del grupo y $\alpha_k(T)$ guarda la misma relación respecto a $f_k(x)$ que α (T) con f(x) en la Ec. 2.03, entonces

$$h(Tx) = \Sigma\ A_k a_k(T) f_k(x) \tag{2.05}$$

Por lo tanto, si podemos desarrollar h(x) en términos de un conjunto de caracteres de grupo, podemos desarrollar h(Tx) para todos los términos T de los caracteres.

Hemos visto que los caracteres de un grupo generan otros caracteres por efecto de la multiplicación y la inversión, y de igual modo podemos ver que la constante 1 es un carácter. Por consiguiente, la multiplicación por un carácter de grupo genera una transformación de los propios caracteres del grupo que se conoce como *grupo de carácter* del grupo original.

Si el grupo original es el grupo de traslación sobre la línea infinita, de forma que el operador T convierte a x en x + T, la Ec. 2.03 se convierte en

$$f(x + T) = \alpha(T)f(x) \tag{2.06}$$

que se satisface si $f(x) = e^{i\lambda x}$, $\alpha(T) = e^{i\lambda T}$. Los caracteres serán las funciones $e^{i\lambda x}$ y el grupo de carácter será el grupo de traslación que convierte a λ en $\lambda + \tau$, y por lo tanto posee igual estructura que el grupo original. Pero no es así cuando el grupo original se genera por las rotaciones en torno a un círculo. En tal caso, el operador T convierte a x en un número entre 0 y 2π, que difiere de x + T por una integral múltiplo de 2π, y aunque la Ec. 2.06 sigue siendo válida, se da la condición necesaria de que

$$\alpha\ (T + 2\pi) = \alpha(T) \tag{2.07}$$

Si ahora ponemos $f(x) = e^{i\lambda x}$ como antes, obtenemos

$$e^{i2\pi\lambda} = 1 \tag{2.08}$$

lo que significa que tiene que ser una integral real, positiva, negativa o cero. Por lo tanto, el grupo de carácter corresponde a la traslación de las integrales reales. Si, por el contrario, el grupo original es el de las traslaciones de las integrales, x y T en la Ec. 2.05 quedan confinados a los valores integrales, y $e^{i\lambda x}$ implica sólo el número entre 0 y 2π que difiere de λ en una integral múltiplo de 2π. Por lo tanto, el grupo de carácter es esencialmente el grupo de rotaciones en torno a un círculo.

En cualquier grupo de carácter, para un determinado carácter f, los valores de $\alpha(T)$ se distribuyen de tal forma que esta distribución no se altera al multiplicarlos por $\alpha(S)$, para cualquier elemento S del grupo. Es decir que, si existe una base razonable para tomar un promedio de esos valores que no esté afectado por la transformación del grupo por efecto de la multiplicación de cada transformación por una de sus transformaciones fijas, o $\alpha(T)$ es siempre 1, o este promedio es invariable al multiplicarlo por algún número que no sea 1 y que debe ser 0. De lo que podemos concluir que el promedio del producto de cualquier carácter por su conjugado (que también será un carácter), tendrá valor 1, y que el promedio del producto de cualquier carácter por el conjugado de otro carácter tendrá valor 0. En otras palabras, si podemos expresar h(x) como en la Ec. 2.04, tendremos

$$A_k = \text{promedio } [h(x)\overline{f_k(x)}] \tag{2.09}$$

En el caso de un grupo de rotaciones alrededor de un círculo, se obtiene indirectamente que si

$$f(x) = \Sigma\, a_n e^{inx} \tag{2.10}$$

entonces

$$a_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)e^{-inx}\, dx \tag{2.11}$$

y el resultado para las traslaciones a lo largo de la línea infinita está estrechamente relacionado al hecho de que, si en un sentido apropiado

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\lambda)e^{i\lambda x}\, d\lambda, \tag{2.12}$$

entonces, en cierto sentido

$$a(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\lambda x}\, dx. \qquad (2.13)$$

Hemos expuesto aquí estos resultados de modo muy general y sin explicar extensamente sus condiciones de validez. Para mayor detalle sobre la teoría, sugerimos al lector la consulta de la referencia a pie de página[4].

Aparte de la teoría de las invariantes lineales de un grupo, existe la teoría general de sus invariantes métricas. Estas son sistemas de la medida de Lebesgue que no experimentan ningún cambio cuando los objetos transformados por el grupo se permutan con los operadores del grupo. A este respecto citaremos la interesante teoría de Haar[5] sobre medida de grupo. Como hemos visto, cada grupo es por sí mismo una colección de objetos que se permutan al ser multiplicados por las operaciones del propio grupo, y en tal condición tienen una medida invariante. Haar ha demostrado que una determinada clase de grupos bastante amplia posee una medida invariante exclusivamente determinada, definible en términos de estructura del propio grupo.

La aplicación importante de la teoría de las invariantes métricas de un grupo de transformaciones es la demostración de la justificación de la intercambiabilidad de los promedios de la fase y los promedios del tiempo que, como hemos visto, Gibbs trató de establecer en vano. La base sobre la que se ha realizado este desarrollo se conoce por el nombre de teoría ergódica.

Los teoremas ergódicos ordinarios se inician con un conjunto E que podemos suponer es de medida 1, transformado en sí mismo por una transformación T preservadora de la medida o por un grupo de transformaciones T^λ preservadoras de la medida, en el que $-\infty < \lambda < \infty$ y en el que

$$T^\lambda \cdot T^\mu = T^{\lambda+\mu} \qquad (2.14)$$

La teoría ergódica trata de funciones f(x) de valores comple-

4. Wiener, N., *The Fourier integral and certain of its Applications*, The University Press, Cambridge, Inglaterra, 1953; Dover Publications, Inc., N.Y.

5. Haar, H., «Der Massbegriff in der Theorie der Kontinuierlichen Gruppen», «Ann. of Math.», Ser. 2, 34, 147-169 (1933).

jos de los elementos x de E. En todos los casos se considera a f(x) mensurable en x, y, si se trata de un grupo continuo de transformaciones, se considera a $f(T^{\lambda}x)$ mensurable en x y λ simultáneamente.

En el teorema ergódico medio de Koopman y von Neumann f(x) se considera de la clase L^2, es decir

$$\int_E |f(x)|^2 \, dx < \infty \tag{2.15}$$

Por lo que el teorema afirma que

$$f_N(x) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} f(T^n x) \tag{2.16}$$

o que

$$f_A(x) = \frac{1}{A} \int_0^A f(T^{\lambda}x) \, d\lambda \tag{2.17}$$

como puede ser el caso, converge en la media de un límite $f^*(x)$ conforme $N \to \infty$ o $A \to \infty$, respectivamente, en el sentido de que

$$\lim_{N\to\infty} \int_E |f^*(x) - f_N(x)|^2 \, dx = 0 \tag{2.18}$$

$$\lim_{A\to\infty} \int_E |f^*(x) - f_A(x)|^2 \, dx = 0 \tag{2.19}$$

En el teorema ergódico de Birkhoff de «casi en todas partes», f(x) se considera de clase L, lo que significa que

$$\int_E |f(x)| \, dx < \infty \tag{2.20}$$

Las funciones $f_N(x)$ y $f_A(x)$ se definen como en las Ec. 2.16 y 2.17. El teorema afirma entonces que, salvo para un conjunto de valores de x de medida 0,

$$f^*(x) = \lim_{N\to\infty} f_N(x) \qquad (2.21)$$

y que existe

$$f^*(x) = \lim_{A\to\infty} f_A(x) \qquad (2.22)$$

Un caso muy interesante es el llamado *ergódico* o *métricamente transitivo,* en el que la transformación T o el conjunto de transformaciones T no deja invariante ningún conjunto de puntos x que no mida 1 ó 0. En tal caso, el conjunto de valores (para cualquiera de los dos teoremas ergódicos) para los que f* adopta una determinada gama de valores, es casi siempre 1 ó 0. Esto es imposible a menos que $f^*(x)$ sea casi siempre constante. El valor que asume entonces $f^*(x)$ es casi siempre

$$\int_0^1 f(x)\, dx \qquad (2.23)$$

Lo que quiere decir que, en el teorema de Koopman, tenemos el límite en la media

$$\underset{N\to\infty}{\text{l.i.m.}} \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} f(T^n x) = \int_0^1 f(x)\, dx \qquad (2.24)$$

y, en el teorema de Birkhoff, tenemos

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} f(T^n x) = \int_0^1 f(x)\, dx \qquad (2.25)$$

salvo para un conjunto de valores de x de medida cero o probabilidad cero. Resultados similares son aplicables al caso continuo. Es una justificación adecuada del intercambio de Gibbs para los promedios de fase y los promedios de tiempo.

Cuando la transformación T o el grupo de transformación T no es ergódico, von Neumann ha demostrado, en condiciones muy generales, que pueden reducirse a componentes ergódicos. Es decir, que, salvo para un conjunto de valores de x de medida cero, E puede desglosarse en un conjunto finito o enumerable de clases E_n y en un continuum de clases E(y), de forma que se establezca una medida en cada E_n y E(y), que es invariante bajo

T o T^{λ}. Estas transformaciones son todas ergódicas; y si S(y) es la intersección de S con E(y) y de S_n con E_n, entonces

$$\underset{E}{\text{medida}}\ (S) = \int \underset{E(y)}{\text{medida}}\ [S(y)]\ dy + \sum \underset{E_n}{\text{medida}}\ (S_n) \quad (2.26)$$

En otras palabras, toda la teoría de las transformaciones preservadoras de medida puede reducirse a la teoría de las transformaciones ergódicas.

Señalemos de pasada que toda la teoría ergódica puede aplicarse a grupos de transformaciones más generales que las isomorfas con el grupo de traslación en la línea. En particular puede aplicarse al grupo de traslación en *n* dimensiones. El caso de tres dimensiones es físicamente importante. El análogo espacial del equilibrio temporal es la homogeneidad espacial, y teorías como las del gas, líquido o sólido homogéneos, dependen de la aplicación de la teoría ergódica tridimensional. Por cierto, que un grupo no ergódico de transformaciones por traslación en tres dimensiones aparece como el conjunto de traslaciones de una mezcla de distintos estados, tal como uno u otro existen en un tiempo dado, no como mezcla de ambos.

Uno de los aspectos cruciales de la mecánica estadística, que también encuentra aplicación en la termodinámica clásica, es el de la *entropía*. Fundamentalmente es una propiedad de las regiones en el espacio de la fase y expresa el logaritmo de su medida probabilística.

Por ejemplo, consideremos la dinámica de *n* partículas en el interior de una botella, dividida en dos secciones A y B. Si en A hay *m* partículas y en B $n - m$, hemos caracterizado una región del espacio de la fase y tendrá una determinada medida probabilística. El logaritmo es la entropía de la distribución: *m* partículas en A, $n - m$ en B. El sistema gastará la mayor parte del tiempo en un estado próximo al de mayor entropía, en el sentido de que, para la mayoría del tiempo, casi m_1 partículas estarán en A, casi $n - m_1$ en B, en donde la probabilidad de combinación m_1 en A, $n - m_1$ en B es máxima. Para sistemas con gran número de partículas y estados dentro de los límites de separación práctica, esto significa que, si tomamos un estado distinto al de la entropía máxima y observamos lo que ocurre, casi siempre aumenta la entropía.

En los problemas termodinámicos ordinarios del motor térmico, tratamos con condiciones en las que existe un equilibrio térmico rudimentario en regiones amplias, como es el caso en el cilindro de un motor. Los estados para los cuales estudiamos la entropía son estados que implican una entropía máxima para una temperatura y un volumen determinados, para un pequeño número de regiones de los volúmenes concretos y a temperatura específica establecida. Incluso en las discusiones más elaboradas sobre motores térmicos, en particular de motores térmicos como las turbinas, en las que el gas se expande de modo más complejo que en un cilindro, estas condiciones no cambian de un modo muy radical. Podemos seguir hablando de temperaturas locales con gran aproximación, a pesar de que no hay ninguna temperatura determinada con exactitud, salvo en el estado de equilibrio y mediante métodos que implican dicho equilibrio. Sin embargo, en la materia viva se pierde gran parte de esta homogeneidad rudimentaria. La estructura de un tejido proteínico, como demuestra el microscopio electrónico, presenta una gran definición y fineza de textura, y sin ningún género de dudas su fisiología es de una fineza de textura similar. Esta finura es mucho mayor que la de la escala espacio-temporal del termómetro corriente, por lo que las temperaturas que leen los termómetros corrientes en tejido vivo son promedios generales y no las temperaturas reales de la termodinámica. La mecánica estadística gibbsiana puede servir perfectamente de modelo de lo que ocurre en el cuerpo, mientras que la imagen que sugiere el motor térmico corriente no sirve. La eficiencia térmica de la acción muscular casi no significa nada, y desde luego no significa lo que parece significar.

Una idea de gran importancia en mecánica estadística es la del diablo de Maxwell. Supongamos un gas cuyas partículas están en constante movimiento con la distribución de velocidades en equilibrio estadístico para una determinada temperatura. En un gas perfecto, es la distribución de Maxwell. Supongamos que el gas está dentro de un envase rígido con dos compartimentos separados por un tabique en el que hay una abertura con una puerta accionada por un portero, un diablo antropomorfo o un mecanismo minúsculo. Cuando una partícula con velocidad mayor a la media se aproxima a la puerta desde el compartimento A, o una partícula con velocidad menor a la media se acerca a la puerta desde el compartimento B, el portero abre la puerta y la partícula la cruza, pero, cuando una partícula con velocidad

menor a la media se acerca desde el compartimento A o una partícula con velocidad mayor a la media se acerca desde el compartimento B, la puerta se cierra. De este modo la concentración de partículas de alta velocidad aumenta en el compartimento B y disminuye en el compartimento A. Esto provoca una aparente disminución de entropía; de forma que, si conectamos los dos compartimentos por medio de un motor térmico, aparentemente obtendríamos un móvil perpetuo de segunda especie.

Es más fácil rechazar el interrogante que plantea el diablo de Maxwell que contestarlo. Nada más fácil que negar la posibilidad de estas entidades o estructuras, pero descubriremos que los diablos de Maxwell, en el sentido más estricto, no pueden existir en un sistema en equilibrio, pero, si los aceptamos desde un principio sin intentar demostrarlo, perdemos una admirable ocasión de aprender algo sobre la entropía y sobre posibles sistemas físicos, químicos y biológicos.

Para actuar, un diablo de Maxwell requiere información de las partículas que se aproximan, relativa a su velocidad y punto de impacto sobre el tabique. Independientemente de que estos impulsos impliquen o no una transferencia de energía, tienen que implicar un acoplamiento entre diablo y gas. Ahora bien, la ley de aumento de la entropía es aplicable a un sistema totalmente aislado, pero no lo es a una parte no aislada de dicho sistema. En consecuencia, la única entropía que nos interesa es la del sistema gas-diablo y no la del gas solo. La entropía del gas es simplemente un término de la entropía total del sistema mayor. ¿Podemos hallar términos aplicables al diablo que a la vez contribuyan a esa entropía total?

Claro que podemos. El diablo sólo puede actuar a partir de la información recibida, y esta información, como veremos en el capítulo siguiente, representa una entropía negativa. Esta información debe ser transportada por algún proceso físico, alguna forma de radiación, pongamos por caso. Puede ser que esta información discurra a un nivel energético muy bajo y que la transferencia de energía entre la partícula y el diablo durante un tiempo considerable sea mucho menos significativa que la transferencia de información. Pero, en mecánica cuántica, es imposible obtener información alguna relativa a la posición o el momento de una partícula, y menos aún de ésta y del diablo, sin que se produzca un efecto positivo en la energía de la partícula examinada que exceda un mínimo en función de la frecuencia de

la luz que se emplee para la observación. Por lo tanto, cualquier acoplamiento es estrictamente una conexión que implica energía, y un sistema en equilibrio estadístico se halla en equilibrio en cuanto a la entropía y en cuanto a la energía. A largo plazo el diablo de Maxwell está también sujeto a un movimiento al azar correspondiente a la temperatura de su entorno y, como dice Leibniz de algunas de sus mónadas, recibe mayor número de pequeñas impresiones hasta que entra en «una especie de vértigo» y ya no es capaz de recibir impresiones claras. En realidad, deja de actuar como diablo de Maxwell.

No obstante, puede existir un intervalo de tiempo bastante apreciable antes de que el diablo pierda su condición, y este tiempo puede prolongarse a un extremo que nos permita calificar de metaestable a la fase activa del diablo. No hay motivo para suponer que los diablos metaestables no puedan existir; en realidad, las enzimas podrían perfectamente ser diablos metaestables de Maxwell, que disminuyeran la entropía, tal vez no por la separación entre lípidos y partículas lentas, sino por otro tipo de proceso parecido. También podemos considerar bajo esta perspectiva los organismos vivos, como el hombre. Desde luego la enzima y el organismo vivo son igual de metaestables: el estado estable de una enzima es perder su condición de tal, y el estado estable de un organismo vivo es la muerte. Todos los catalizadores se envenenan en definitiva, puesto que modifican las tasas de reacción pero no el equilibrio real. No obstante, los catalizadores, como el hombre, presentan unos estados de metaestabilidad tan definidos que merecen la categorización de condiciones relativamente constantes.

No quiero cerrar este capítulo sin señalar que la teoría ergódica es un tema mucho más amplio de lo que aquí se ha expuesto. Hay algunos desarrollos modernos de la teoría ergódica en los que la medida que permanece invariante durante el conjunto de transformaciones se define directamente por el propio conjunto más de lo que se supone de antemano. Me refiero en particular a los trabajos de Kryloff y Bogoliuboff, y a otros de Hurewicz y de la escuela japonesa.

Dedicaremos el próximo capítulo a la mecánica estadística de las series temporales, por ser otro campo en el que las condiciones son muy distintas a las de la mecánica estadística de motores térmicos, y al mismo tiempo ser muy adecuado como modelo de funcionamiento del organismo vivo.

III
Series temporales, información y comunicación

Hay una amplia clase de fenómenos en los que lo que se observa es una cantidad numérica, o una secuencia de cantidades numéricas, distribuidas en el tiempo. La temperatura que registra un termómetro de registro continuo, o las cotizaciones de cierre de las acciones en la Bolsa, registradas a diario, o el conjunto completo de datos meteorológicos editados diariamente por la Dirección de Meteorología, son series temporales, continuas o discretas, simples o múltiples. Estas series temporales son de cambio relativamente lento y resultan muy adecuadas para tratarlas por computación manual o con instrumentos numéricos ordinarios, tales como reglas de cálculo y computadoras. Su estudio corresponde a los capítulos más convencionales de la teoría estadística.

Lo que no suele comprenderse es que las rápidas secuencias cambiantes de voltaje de una línea telefónica o de un circuito de televisión, o de un aparato de radar, pertenecen también al campo de la estadística y de las series temporales, si bien el aparato por medio del cual se combinan y modifican debe ser generalmente de acción muy rápida y, de hecho, capaz de leer los resultados *pari passu* con las rápidas alteraciones de los datos de entrada. Estos mecanismos —receptores telefónicos, filtros de onda, codificadores acústicos automáticos como el Vocoder de los laboratorios de Bell Telephone, redes de modulación de frecuencia y sus receptores correspondientes— son en esencia dispositivos aritméticos de acción rápida, correspondientes a la serie general de computadores con sus programas y al personal encargado de la computación en los laboratorios de estadística. La ingeniosidad que su empleo requiere es algo predeterminado, igual que en los telémetros automáticos de línea de tiro y loca-

lizadores de blanco de los sistemas de control en la artillería antiaérea, y por igual motivo. La cadena de operación requiere un funcionamiento tan rápido que no admite vinculación humana.

Cualquier serie temporal, y los aparatos que trabajan con ellas, ya sea en el laboratorio de computación o en el circuito telefónico, tiene que ver con el registro, preservación, transmisión y uso de la información. ¿De qué información se trata y cómo se mide? Una de las modalidades más sencillas y más unitarias de información es el registro de una alternativa seleccionada entre dos de igual probabilidad y simplicidad, una de las cuales es previsible que suceda, tal como la elección de cara o cruz cuando tiramos una moneda. A una elección simple de esta clase se la denomina *decisión*. Si queremos saber la cantidad de información en la medida perfecta exacta de una cantidad que sabemos se sitúa entre A y B, que puede con probabilidad uniforme *a priori* estar situada en cualquier punto de esta línea, veremos que, si suponemos que A = 0 y B = 1 y representamos la cantidad en la escala binaria mediante el número binario infinito $a_1 a_2 a_3 \ldots a_n \ldots$ en el que cada $a_1 a_2 \ldots$ tiene el valor 0 ó 1, el número de elecciones y la consiguiente cantidad de información son infinitos. Tenemos

$$.a_1 a_2 a_3 \ldots a_n \ldots = \frac{1}{2} a_1 + \frac{1}{2^2} a_2 + \ldots + \frac{1}{2^n} a_n + \ldots \qquad (3.01)$$

Sin embargo, ninguna de las mediciones que hagamos se realiza con precisión exacta. Si la medición posee un error de distribución uniforme en una línea de longitud $.b_1 b_2 \ldots b_n \ldots$, en la que b_k es el primer dígito distinto a 0, veremos que todas las decisiones desde a_1 hasta a_{k-1}, y posiblemente hasta a_k, son significativas, mientras que todas las decisiones posteriores no lo son. El número de decisiones realizadas en ningún caso se aparta mucho de

$$-\log_2 .b_1 b_2 \ldots b_n \ldots \qquad (3.02)$$

y tomaremos esta cantidad como la fórmula exacta para la cantidad de información y su definición.

Esto puede explicarse del modo siguiente: conocemos *a priori* la existencia de una variable entre 0 y 1, y *a posteriori* que ésta

se sitúa en el intervalo (a,b) dentro de (0,1). Luego, la cantidad de información que tenemos por conocimiento *a posteriori* es

$$- \log_2 \frac{\text{medida de (a,b)}}{\text{medida de (0,1)}} \qquad (3.03)$$

Sin embargo, consideremos un caso en el que nuestro conocimiento *a priori* es que la probabilidad de que una determinada cantidad debe situarse entre x y $x + dx$ es $f_1(x)dx$, y la probabilidad *a posteriori* es $f_2(x)dx$, ¿cuánta información nos facilita esta probabilidad *a posteriori*?

El problema estriba fundamentalmente en atribuir una anchura a las regiones situadas bajo las curvas $y = f_1(x)$ e $y = f_2(x)$. Obsérvese que asumimos que la variable tiene una equipartición fundamental; es decir, que los resultados que obtengamos no serán en general los mismos si sustituimos x por x^3 o cualquier otra función de x. Como $f_1(x)$ es una densidad de probabilidad, tendremos

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)dx = 1 \qquad (3.04)$$

de forma que el promedio logarítmico de la anchura de la región situada bajo $f_1(x)$ puede considerarse una especie de promedio de la altura del logaritmo de la recíproca de $f_1(x)$. Por lo tanto, una medida[1] razonable de la cantidad de información asociada a la curva $f_1(x)$ será

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)]\ f_1(x)dx \qquad (3.05)$$

La cantidad que aquí definimos como cantidad de información es la negativa de la cantidad generalmente definida como entropía en situaciones similares. La definición que damos aquí no es la propuesta por R.A. Fisher para problemas estadísticos, si bien es una definición estadística y puede utilizarse en lugar de la definición de Fisher en la técnica estadística.

1. El autor emplea una comunicación personal de J. von Neumann.

En particular si $f_1(x)$ es constante entre (a,b) y cero en otras posiciones

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)] f_1(x) dx = \frac{b-a}{b-a} \log_2 \frac{1}{b-a} = \log_2 \frac{1}{b-a} \quad (3.06)$$

Si lo empleamos para comparar la información de que un punto está en la región (0,1) con la información de que está en la región (a,b), obtenemos para la medida de la diferencia

$$\log_2 \frac{1}{b-a} - \log_2 1 = \log_2 \frac{1}{b-a} \quad (3.07)$$

La definición que hemos dado para la cantidad de información es aplicable cuando la variable x se sustituye por una variable que se extienda sobre dos o más dimensiones. En el caso bidimensional, f(x,y) es una función tal que

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, f_1(x, y) = 1 \quad (3.08)$$

y la cantidad de información es

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, f_1(x, y) \log_2 f_1(x, y) \quad (3.081)$$

Obsérvese que si $f_1(x,y)$ es de forma $\phi(x)\ \psi(y)$ y

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(y)\, dy = 1 \quad (3.082)$$

entonces

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \phi(x)\psi(y) = 1 \quad (3.083)$$

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy\, f_1(x, y) \log_2 f_1(x, y)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \phi(x) \log_2 \phi(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \psi(y) \log_2 \psi(y) \quad (3.084)$$

y la cantidad de información de fuentes independientes es aditiva.

Un problema interesante es el de la determinación de la información obtenida fijando una o más variables en un problema. Por ejemplo, supongamos que una variable se sitúa entre x y $x + dx$ con la probabilidad de exp* $(-x^2/2a)dx/\sqrt{2\pi a}$, mientras que una variable v se sitúa entre los mismos límites con una probabilidad de exp $(-x^2/2b)dx/\sqrt{2\pi b}$. ¿Cuánta información obtenemos respecto a u, si sabemos que $u + v = w$? En este caso está claro que $u = w - v$, en que w es fija. Asumimos que las distribuciones *a priori* de u y v son independientes. Luego, la distribución *a posteriori* de u es proporcional a

$$\exp\left(-\frac{x^2}{2a}\right)\exp\left[-\frac{(w-x)^2}{2b}\right] = c_1 \exp\left[-(x-c_2)^2\left(\frac{a+b}{2ab}\right)\right] \qquad (3.09)$$

en la que c_1 y c_2 son constantes. Ambas desaparecen en la fórmula para la obtención de información dada por la fijación de w.

El exceso de información relativa a x cuando conocemos que w es lo que tenemos *a priori* es

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi[ab/(a+b)]}}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\exp\left[-(x-c_2)^2\left(\frac{a+b}{2ab}\right)\right]\right\}$$
$$\times\left[-\frac{1}{2}\log_2 2\pi\left(\frac{ab}{a+b}\right)\right]$$
$$-(x-c_2)^2\left[\left(\frac{a+b}{2ab}\right)\right]\log_2 e\,\Big]\,dx$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2\pi a}}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\exp\left(-\frac{x^2}{2a}\right)\right]$$
$$\left(-\frac{1}{2}\log_2 2\pi a-\frac{x^2}{2a}\log_2 e\right)dx$$
$$=\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{a+b}{b}\right) \qquad (3.091)$$

* exp x = e^x (N. del E.)

Obsérvese que esta expresión (Ec. 3.091) es positiva, y que es independiente de w. Es la mitad del logaritmo del cociente entre la suma de las medias cuadráticas de u y v y la media cuadrática de v. Si v sólo tiene una pequeña gama de variación, la cantidad de información relativa a u que nos da el conocimiento de u − v es grande, y se hace infinita conforme b tiende a 0.

Podemos considerar este resultado bajo la siguiente perspectiva: tratamos u como un mensaje y v como ruido. Es este caso, la información transmitida por un mensaje preciso cuando no hay ruido es infinita. Sin embargo, cuando hay ruido, esta cantidad de información es finita y tiende a cero con gran rapidez conforme aumenta la intensidad del ruido.

Hemos dicho que la cantidad de información, al ser el logaritmo negativo de una cantidad que podemos considerar como probabilidad, es esencialmente una entropía negativa. Es interesante demostrar que, por término medio, posee las propiedades asociadas a la entropía.

Supongamos que $\phi(x)$ y $\psi(x)$ son dos densidades de probabilidad; entonces $[\phi(x) + \psi(x)]/2$ es también una densidad de probabilidad. Entonces:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi(x) + \psi(x)}{2} \log \frac{\phi(x) + \psi(x)}{2}\, dx$$

$$\leq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi(x)}{2} \log \phi(x)\, dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi(x)}{2} \log \psi(x)\, dx \tag{3.10}$$

Esto se deduce de

$$\frac{a + b}{2} \log \frac{a + b}{2} \leq \frac{1}{2} (a \log a + b \log b) \tag{3.11}$$

En otras palabras, el solapamiento de las regiones situadas debajo de $\phi(x)$ y $\psi(x)$ reduce al máximo la información relativa a $\phi(x) + \psi(x)$. Por otro lado, si $\phi(x)$ es una densidad de probabilidad que se anula fuera de (a,b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \log \phi(x)\, dx \tag{3.12}$$

es un mínimo cuando ϕ (x) = 1/(b − a) sobre (a,b) y es cero en las demás posiciones. Esto se deduce del hecho de que la curva logarítmica es vertical convexa.

Sabemos que los procesos que pierden información son, como es de suponer, muy análogos a los procesos que ganan entropía. Consisten en la fusión de regiones de probabilidad que en origen eran distintas. Por ejemplo, si sustituimos la distribución de una determinada variable por la distribución de una función de dicha variable que adopte el mismo valor para distintos argumentos, o si en una función de varias variables dejamos que algunas se sitúen sin trabas sobre su gama de variabilidad natural, perdemos información. Ninguna operación con el mensaje nos da información sobre el promedio. Aquí tenemos una aplicación concreta de la segunda ley de la termodinámica en ingeniería de comunicación. Por el contrario, cuanto mayor especificación haya sobre una situación ambigua, en su promedio, como hemos visto, ganaremos información y nunca se pierde.

Un caso interesante es cuando se tiene una distribución de probabilidad de densidad de n variables $f(x_1,\ldots,x_n)$ sobre las variables $(x_1,\ldots,x_n)$ y en la que tenemos *m* variables dependientes $y_1,\ldots,y_m$. ¿Cuánta información obtenemos por fijación de esas *m* variables? Primero fijémoslas entre los límites $y_1^*, y_1^* + dy_1^*$; $\ldots y_m^*$, $y_m + dy_m^*$. Cojamos luego un nuevo conjunto de variables $x_1, x_2,\ldots,x_{n-m}$, $y_1, y_2,\ldots,y_m$. Entonces, sobre el nuevo conjunto de variables, la función de distribución será proporcional a $f(x_1,\ldots,x_n)$ sobre la región R dada por $y_1^* \leqslant y_1 \leqslant y_1^* + dy_1^*$, $\ldots, y_m^* \leqslant y_m \leqslant y_m^* + dy_m^*$, y cero fuera de ella. Por lo tanto, la cantidad de información obtenida por la especificación de las *y*, será

$$\frac{\underbrace{\int dx_1 \ldots \int}_{R} dx_n\, f(x_1,\ldots,x_n) \log_2 f(x_1,\ldots,x_n)}{\underbrace{\int dx_1 \ldots \int}_{R} dx_n\, f(x_1,\ldots,x_n)}$$

$$
= \left\{ \frac{\displaystyle \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m} \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \ldots, y_m^* \\ x_{n-m+1}, \ldots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} \times f(x_1,\ldots,x_n) \log_2 f(x_2,\ldots,x_n)}{\displaystyle \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m} \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \ldots y_m^* \\ x_{n-m+1}, \ldots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} f(x_1,\ldots,x_n)} \right.
$$

$$
\left. - \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n f(x_1,\ldots,x_n) \log_2 f(x_1,\ldots,x_n) \right\} \quad \text{(con } - \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n f(x_1,\ldots,x_n) \log_2 f(x_1,\ldots,x_n) \text{ arriba)} \tag{3.13}
$$

Estrechamente vinculada a este problema es la generalización del discutido en la Ec. 3.13; en el caso que acabamos de exponer, ¿cuánta información tenemos relativa a las variables $x_1,\ldots,x_{n-m}$ solas? Aquí la densidad de probabilidad *a priori* de estas variables es

$$
\int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m+1} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n f(x_1,\ldots,x_n) \tag{3.14}
$$

y la densidad de probabilidad no normalizada tras fijar las y^* es:

$$
\sum \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \ldots, y_m^* \\ x_{n-m+1}, \ldots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} f(x_1,\ldots,x_n) \tag{3.141}
$$

en la que transportamos Σ sobre todos los conjuntos de puntos $(x_{n-m+1},\ldots,x_n)$ correspondientes a un determinado conjunto de las y^*. Sobre esta base podemos anotar fácilmente la solución del problema, aunque es algo larga. Si suponemos que el conjunto $x_1,\ldots,x_{n-m})$ es un mensaje generalizado, el conjunto $(x_{n-m+1},\ldots,x_m)$ un ruido generalizado y las y^* un mensaje generalizado adulterado, vemos que hemos dado solución de generalización al problema de la expresión 3.141.

Por lo tanto, tenemos al menos una solución formal de una generalización del problema mensaje-ruido que hemos mencionado. Un conjunto de observaciones depende de un modo arbitrario de un conjunto de mensajes y ruidos con una distribución combinada conocida. Deseamos verificar cuánta información ex-

clusiva sobre el mensaje nos dan esas observaciones. Es un problema crucial en ingeniería de comunicación. Nos permite evaluar los diversos sistemas, tales como la modulación de amplitud o la modulación de frecuencia o la modulación de fase, en lo que atañe a su eficacia en la transmisión de la información. Es un problema técnico cuya discusión pormenorizada no viene al caso, pero sí que son pertinentes algunas observaciones. En primer lugar, puede demostrarse que, con la definición de información dada aquí con un «parásito» al azar en el éter de frecuencia equidistribuida en lo que a potencia se refiere, y con un mensaje limitado a una gama concreta de frecuencia y a una potencia de salida concreta por dicha gama, no hay ningún medio de transmisión más eficaz que la modulación de amplitud, aunque pueda haber otros medios de igual eficacia. Por el contrario, la información transmitida por este medio no está necesariamente en la forma más idónea para la recepción auricular o de otra clase. Aquí las características específicas del oído y de los otros tipos de receptor deben considerarse empleando una teoría muy similar a la que acabamos de exponer. En general, el uso eficiente de la modulación de amplitud o de cualquier otro tipo de modulación, debe complementarse con el uso de dispositivos descodificados apropiados para transformar la información recibida en una modalidad adecuada para la recepción humana directa o a través de dispositivos mecánicos. De igual modo, el mensaje original debe codificarse para lograr una máxima comprensión de transmisión. Se ha tratado este problema, al menos parcialmente, con el diseño del sistema «Vocoder» de Bell Telephone, y la teoría general pertinente la ha presentado de forma muy satisfactoria el Dr. C. Shannon de los laboratorios de esa firma.

Esto en cuanto a la definición y la técnica para medir la información. Ahora hablaremos de cómo puede presentarse la información de un modo homogéneo en el tiempo. Señalaremos primeramente, que la mayoría de los teléfonos y otros aparatos de comunicación no están realmente unidos a un origen concreto en el tiempo. Desde luego hay una operación que parece contradecir lo expuesto, pero no es así. Se trata de la operación de modulación. Esta, en su forma más simple, convierte un mensaje f(t) en otro de forma f(t) sen(at+b). Pero, si consideramos el factor sen(at+b) como un mensaje extra que se introduce en el aparato, veremos que la situación está comprendida en nuestro enunciado general. El mensaje extra, que denominamos *porta-*

dor, no potencia en nada el ritmo con que el sistema transmite la información. Toda la información que contiene la vehicula en un intervalo corto y arbitrario de tiempo y luego no dice nada nuevo.

Por lo tanto, un mensaje homogéneo en el tiempo o, como dicen los estadísticos, una serie temporal que esté en equilibrio estadístico, es una función simple de un conjunto de funciones del tiempo, que forma uno de otros tantos conjuntos con una distribución de probabilidad bien definida, inalterable por el cambio de t a $t + \tau$ en todo momento. Es decir, el grupo de transformación formado por los operadores T^{λ} que convierte f(t) en f(t + λ), deja invariable la probabilidad del conjunto. El grupo satisface las propiedades de

$$T^{\lambda}[T^{\mu}f(t)] = T^{\mu+\lambda}f(t) \begin{cases} (-\infty < \lambda < \infty) \\ (-\infty < \mu < \infty) \end{cases} \qquad (3.15)$$

De lo que se sigue que si $\phi[f(t)]$ es una «funcional» de f(t) —es decir, un número que depende de toda la historia de f(t)— y si el promedio de f(t) a lo largo de todo el conjunto es finito, podemos aplicar el teorema ergódico de Birkhoff de que hablábamos en el capítulo anterior y llegar a la conclusión de que, salvo para un conjunto de valores de f(t) de probabilidad cero, existe el promedio temporal de $\phi[f(t)]$, o en símbolos,

$$\lim_{A\to\infty} \frac{1}{A}\int_0^A \phi[f(t + \tau)]\, d\tau = \lim_{A\to\infty} \frac{1}{A}\int_{-A}^0 \phi[f(t + \tau)]\, d\tau \quad (3.16)$$

Pero hay algo más. Hemos expuesto en el capítulo anterior otro teorema de carácter ergódico formulado por von Neumann, que estipula que, salvo para un conjunto de elementos de probabilidad cero, cualquier elemento que pertenezca al sistema que se convierte a sí mismo por efecto de un grupo de transformaciones preservadoras de medida, tal como en la Ec. 3.15, pertenece a un subconjunto (que puede ser todo el conjunto) que se convierte a sí mismo, que también es invariante por efecto de las transformaciones, y que además posee la propiedad de que cualquier porción de este sub-conjunto con medida preservada por efecto del grupo de transformaciones, o tiene la medida máxima del sub-conjunto o mide 0. Si descartamos todos los elementos,

excepto los del sub-conjunto en cuestión, y utilizamos su medida apropiada, hallamos que el promedio temporal (Ec. 3.16) es en casi todos los casos el promedio de $\phi[f(t)]$ sobre todo el espacio de las funciones f(t); el denominado *promedio de la fase.* Así, en el caso de tal conjunto de funciones f(t), salvo en un conjunto de casos de probabilidad cero, podemos deducir el promedio de cualquier parámetro estadístico del conjunto —en efecto, podemos simultáneamente deducir cualquier conjunto enumerable de tales parámetros del conjunto— a partir del registro de cualquiera de las series temporales que lo componen, utilizando un promedio de tiempo en lugar de un promedio de fase. Además, sólo necesitamos conocer el pasado de casi todas las series temporales de la clase. En otras palabras, dada la historia completa hasta el presente de una serie temporal que sabemos pertenece a un conjunto en equilibrio estadístico, podemos computar con probable error cero la serie completa de parámetros estadísticos de un conjunto en equilibrio estadístico al que pertenezca la serie temporal. Hasta ahora lo hemos formulado para series temporales simples, pero también se cumple para series temporales múltiples en las que varias cantidades varían simultáneamente en vez de una sola.

Podemos examinar a continuación diversos problemas relativos a las series temporales. Trataremos en particular aquellos casos en que todo el pasado de una serie temporal puede darse en términos de conjunto enumerable de cantidades. Por ejemplo, para una clase de funciones f(t) $(-\infty < t \infty)$ bastante amplia, hemos determinado plenamente *f* cuando conocemos el conjunto de cantidades

$$a_n = \int_{-\infty}^{0} e^t t^n f(t)\, dt \quad (n = 0,1,2,\ldots) \qquad (3.17)$$

Ahora supongamos que A es alguna función de los valores *t* en el futuro, es decir, para argumentos mayores que 0. Entonces podemos determinar la distribución simultánea de $(a_0, a_1, \ldots, a_n,$ A) desde el pasado de casi cualquier serie temporal, si tomamos el conjunto de las *f* en su sentido más estrecho posible. En particular si $a_0, \ldots, a_n$ están dadas, podemos determinar la distribución de A. Aquí recurrimos al conocido teorema de Nikodym sobre probabilidades condicionales. El mismo teorema nos asegurará que esta distribución, en circunstancias muy generales,

tenderá hacia un límite conforme $n \to \infty$, y este límite nos dará toda la información que haya sobre la distribución simultánea de valores de cualquier conjunto de cantidades futuras, o de cualquier conjunto de cantidades que dependan a la vez del pasado y del futuro, cuando conocemos el pasado. Si entonces hemos dado cualquier interpretación adecuada al «*mejor* valor» de cualquiera de esos parámetros estadísticos o conjuntos de parámetros estadísticos —en el sentido quizás de una media, o un modo— podemos computarlo a partir de la distribución conocida para obtener una predicción que cumpla cualquier criterio deseable de la bondad de predicción. Podemos computar el mérito de la predicción utilizando cualquier base estadística deseable de dicho mérito: error cuadrático medio, error máximo o media absoluta de error, etc. Podemos computar la cantidad de información relativa a cualquier parámetro estadístico o conjunto de parámetros estadísticos que nos determine del pasado. Incluso podemos computar la cantidad total de información que el conocimiento del pasado nos dé sobre todo el futuro, más allá de un punto determinado; aunque cuando este punto es el presente, en general conoceremos el pasado mś reciente y nuestro conocimiento del presente contendrá una cantidad infinita de información.

Otra situación interesante es la de una serie temporal múltiple en la que sabemos con exactitud únicamente el pasado de algunos de los componentes. La distribución de cualquier cantidad que implique más que esos pasados pueden estudiarse con medios muy similares a los expuestos. Concretamente, podemos desear saber la distribución de un valor de otro componente, o de un conjunto de valores de otros componentes, en algún punto del tiempo, pasado, presente o futuro. La problemática general del filtro de ondas es de esta índole. Tenemos un mensaje junto con un ruido, combinados de algún modo en forma de mensaje adulterado, del cual conocemos el pasado. Conocemos también la distribución común estadística del mensaje y el ruido de las series temporales, y queremos saber la distribución de los valores del mensaje en un tiempo determinado, pasado, presente y futuro. Después deseamos saber el operador del pasado del mensaje adulterado que *mejor* nos dé el mensaje auténtico, en un determinado sentido estadístico. Podemos desear saber un estimado estadístico de alguna medida del error de nuestro conocimiento del mensaje. Finalmente, podemos desear saber la cantidad de información que tenemos relativa al mensaje.

Hay un conjunto fundamental de series temporales de particular simplicidad. Es el conjunto asociado al movimiento browniano. El movimiento browniano es el de una molécula de gas impulsada por los impactos fortuitos de otras moléculas en estado de agitación térmica. Muchos han desarrollado la teoría, entre otros Einstein, Smoluchowski, Perrin y el autor[2]. A menos que descendamos en la escala del tiempo hasta intervalos tan pequeños que los impactos recíprocos individuales de las moléculas sean discernibles, el movimiento muestra una especie curiosa de indiferenciabilidad. El movimiento cuadrático medio en una dirección determinada es proporcional a la longitud de ese tiempo, y los movimientos durante tiempos sucesivos no guardan correlación alguna. Si formalizamos la escala del movimiento browniano para que se acople a la escala temporal, consideramos tan sólo la coordenada x del movimiento y luego igualamos $x(t)$ a 0 para $t = 0$, la probabilidad de que si $0 \leqslant t_1 \leqslant t_2 \leqslant \ldots \leqslant t_n$, las moléculas se sitúen entre x_1 y $x_1 + dx_1$ en un tiempo $t_1,\ldots$, entre x_n y $x_n + dx_n$ en un tiempo t_n, es

$$\frac{\exp\left[-\frac{x_1^2}{2t_1}-\frac{(x_2-x_1)^2}{2(t_2-t_1)}-\cdots-\frac{(x_n-x_{n-1})^2}{2(t_n-t_{n-1})}\right]}{\sqrt{|(2\pi)^n t_1(t_2-t_1)\ldots(t_n-t_{n-1})|}}\,dx_1\ldots dx_n \tag{3.18}$$

Sobre la base del sistema de probabilidades correspondiente a esta expresión, que no es ambiguo, podemos establecer el conjunto de trayectorias correspondiente a los distintos movimientos brownianos posibles dependientes de un parámetro que se sitúa entre 0 y 1, de tal forma que cada trayectoria es una función $x(t, \alpha)$, en la que x depende del tiempo t y el parámetro de distribución α, y en la que la probabilidad de que una trayectoria se sitúe en un determinado conjunto S es la misma que la medida del conjunto de valores de α correspondientes a las trayectorias en S. Sobre esta base, casi todas las trayectorias serán continuas y no diferenciables.

2. Paley, R.E.A.C., y N. Wiener, «Fourier Transforms in the Complex Domain», *Colloquium Publications*, Vol. 19, American Mathematical Society, Nueva York, 1934, capítulo 10.

Una cuestión importante es la de determinar el promedio en relación con α de $x(t_1,\alpha)\ldots x(t_n,\alpha)$, que será

$$\int_0^1 d\alpha\, x(t_1,\alpha)x(t_2,\alpha)\ldots x(t_n,\alpha)$$

$$= (2\pi)^{-n/2}[t_1(t_2 - t_1)\ldots(t_n - t_{n-1})]^{-1/2}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_n\, \xi_1\xi_2\ldots\xi_n$$

$$\exp.\left[-\frac{\xi_1^2}{2t_1} - \frac{(\xi_2 - \xi_1)^2}{2(t_2 - t_1)} - \ldots - \frac{(\xi_n - {}_{n-1})^2}{2(t_n - t_{n-1})}\right] \quad (3.19)$$

suponiendo que $0 \leqslant t_1 \leqslant \ldots \leqslant t_n$. Pongamos

$$\xi_1\ldots\xi_n = \sum A_k\xi_1^{\lambda_{k.1}}(\xi_2 - \xi_1)^{\lambda_{k.2}}\ldots(\xi_n - \xi_{n-1})^{\lambda_{k.n}} \quad (3.20)$$

siendo $\lambda_{k.1} + \lambda_{k.2} + \ldots + \lambda_{k.n} = n$. El valor de la expresión en la Ec. 3.19 se convierte en

$$\Sigma\, A_k(2\pi)^{-n/2}[t_1^{\lambda_{k.1}}(t_2 - t_1)^{\lambda_{k.2}}\ldots(t_n - t_{n-1})^{\lambda_{k.n}}]^{-1/2}$$

$$\times \prod_j \int_{-\infty}^{\infty} d\xi\, \xi^{\lambda_{k.j}} \exp\left[-\frac{\xi^2}{2(t_j - t_{j-1})}\right]$$

$$= \sum A_k \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^{\lambda_{k.j}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi (t_j - t_{j-1})^{-1/2}$$

$$= \begin{cases} 0 \text{ si cualquier } \lambda_{k.j} \text{ es impar} \\ \sum_k A_k \prod_j (\lambda_{k.j} - 1)(\lambda_{k.j} - 3)\ldots 5.3.(t_j - t_{j-1})^{-1/2} \end{cases} \quad (3.21)$$

si cada $\lambda_{k.j}$ es par,

$$= \sum_k A_k \prod_j (\text{número de formas de dividir los términos } \lambda_{k.j} \text{ en pares})$$

$$x(t_j - t_{j-1})^{1/2}$$

$= \sum_k A_k$ (número de formas de dividir los términos n en pares

cuyos elementos pertenezcan ambos al mismo grupo de términos $\lambda_{k.j}$ en que está separada λ) x $(t_j - t_{j-1})^{1/2}$

$$= \sum_j A_j \sum \prod \int_0^1 d\alpha \, [x(t_k, \alpha) - x(t_{k-1}, \alpha)] \, [x(t_q, \alpha) - x(t_{q-1}, \alpha)]$$

Aquí la primera $\sum$ se suma para j, la segunda sobre todas las formas de dividir los dos términos n en bloques, respectivamente, de los números $\lambda_{k.1},\ldots,\lambda_{k.n}$ en pares; y la $\prod$ se lleva sobre aquellos pares de valores k y q, en los que el $\lambda_{k.1}$ de los elementos a seleccionar de t_k y t_q son t_1, $\lambda_{k.2}$ son t_2, y así sucesivamente. El resultado inmediato es

$$\int_0^1 d\alpha \, x(t_1, \alpha)x(t_2, \alpha)\ldots x(t_n, \alpha) = \sum \prod \int_0^1 d\alpha \, x(t_j, \alpha)x(t_k, \alpha) \quad (3.22)$$

en donde $\sum$ afecta a todas las particiones de $t_1,\ldots t_n$ en distintos pares, y la $\prod$ a todos los pares de cada partición. En otras palabras, cuando se conocen los promedios de los productos de $x(t_j, \alpha)$ por pares, conocemos los promedios de todos los polinomios de esas cantidades, y por lo tanto su distribución estadística completa.

Hasta ahora hemos considerado los movimientos brownianos $x(t,\alpha)$ en los que t es positivo. Si ponemos

$$\begin{aligned} \xi(t, \alpha, \beta) &= x(t, \alpha) \qquad (t \geq 0) \\ \xi(t, \alpha, \beta) &= x(-t, \beta) \qquad (t < 0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

en donde α y β tienen distribuciones uniformes independientes sobre (0,1), obtendremos una distribución de ξ (t, α, β) en la que t recorre toda la línea infinita real. Hay un recurso matemático bien conocido para trazar un cuadrado sobre un segmento lineal de tal forma que el área se convierta en longitud. Lo único que necesitamos es inscribir las coordenadas en el cuadrado en sistema decimal:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= .\alpha_1\alpha_2\ldots\,\alpha_n\ldots \\ \beta &= .\beta_1\beta_2\ldots\,\beta_n\ldots \end{aligned}\right\} \quad (3.24)$$

y poner:

$$\gamma = .\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2 \ldots \alpha_n\beta_n \ldots$$

y obtenemos un trazado de esa clase que es uno a uno para casi todos los puntos en la línea del segmento y del cuadrado. Recurriendo a esta sustitución, definimos

$$\xi(t, \gamma) = \xi(t, \alpha, \beta) \tag{3.25}$$

Ahora deseamos definir

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, d\xi(t, \gamma) \tag{3.26}$$

Lo obvio sería definir esto en forma de integral de Stieltjes[3], pero es una función muy irregular de t y no permite tal definición. Sin embargo, si K discurre con suficiente rapidez hacia 0 en $\pm\infty$ y es una función de aproximación suficiente, es razonable anotar

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, d\xi(t, \gamma) = -\int_{-\infty}^{\infty} K'(t)\xi(t, \gamma)\, dt \tag{3.27}$$

En tales circunstancias, tenemos formalmente:

$$\begin{aligned} &\int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t)\, d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t)\, d\xi(t, \gamma) \\ &= \int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(t)\xi(t, \gamma)\, dt \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t)\xi(t, \gamma)\, dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(s)\, ds \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t)\, dt \int_0^1 \xi(s, \gamma)\xi(t, \gamma)\, d\gamma \end{aligned} \tag{3.28}$$

Y si s y t son de signo opuesto

$$\int_0^1 \xi(s, \gamma)\xi(t, \gamma)\, d\gamma = 0 \tag{3.29}$$

3. Stieltjes, T.J. *Annales de la Fac. des Sc. de Toulouse,* 1894, pág. 165; Lebesgue, H., *Leçons sur l'intégration,* Gauthier-Villars, París, 1928.

mientras que, si son del mismo signo, y $|s| < |t|$,

$$\int_0^1 \xi(s, \gamma)\xi(t, \gamma)\, d\gamma = \int_0^1 x(|s|, \alpha)x(|t|, \alpha)\, d\alpha$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{|s|(|t| - |s|)}} \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{-\infty}^{\infty} dv\, uv$$

$$\exp\left[-\frac{u^2}{2|s|} - \frac{(v-u)^2}{2(|t| - |s|)}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2$$

$$\exp\left(-\frac{u^2}{2|s|}\right) du = |s| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = |s| \tag{3.30}$$

Por lo tanto

$$\int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t)\, d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t)\, d\xi(t, \gamma)$$

$$= -\int_0^{\infty} K_1'(s)\, ds \int_0^s tK_2'(t)\, dt - \int_0^{\infty} K_2'(s)\, ds \int_0^s tK_1'(t)\, dt$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} K_1'(s)\, ds \int_s^0 tK_2'(t)\, dt$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} K_2'(s)\, ds \int_s^0 tK_1'(t)\, dt$$

$$= -\int_0^{\infty} K_1'(s)\, ds \left[sK_2(s) - \int_0^s K_2(t)\, dt \right]$$

$$- \int_0^{\infty} K_2'(s)\, ds \left[sK_1(s) - \int_0^s K_1(t)\, dt \right]$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} K_1'(s)\, ds \left[-sK_2(s) - \int_s^0 K_2(t)\, dt \right]$$

$$+ \int_{-\infty}^{0} K_2'(s)\, ds \left[-sK_1(s) - \int_s^0 K_1(t)\, dt \right]$$

$$= -\int_{-\infty}^{\infty} s d\, [K_1(s)K_2(s)] = \int_{-\infty}^{\infty} K_1(s)K_2(s)\, ds \tag{3.31}$$

En particular:

$$\int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau_1)\, d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau_2)\, d\xi(t, \gamma)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s + \tau_2 - \tau_1)\, ds \qquad (3.32)$$

Además

$$\int_0^1 d\gamma \prod_{k=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau_k)\, d\xi(t, \gamma)$$

$$= \sum \prod \int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s + \tau_j - \tau_k)\, ds \qquad (3.33)$$

en donde la suma es para todas las particiones de $\tau_1, \ldots, \tau_n$ en pares, y el producto es para los pares de cada partición.

La expresión

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma) = f(t, \gamma) \qquad (3.34)$$

representa un conjunto muy importante de series temporales en la variable t, dependiente de un parámetro de distribución γ. Acabamos de demostrar la equivalencia de la afirmación de que todos los momentos, y, por consiguiente, todos los parámetros estadísticos de esta distribución dependen de la función

$$\Phi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s + \tau)\, ds$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K(s + t)K(s + t + \tau)\, ds \qquad (3.35)$$

que es la función de autocorrelación de los estadísticos, con retraso τ. Por lo tanto, las estadísticas de distribución de $f(t, \gamma)$ son las mismas que las estadísticas de $f(t + t_1, \gamma)$; y, de hecho, puede demostrarse que, si

$$f(t + t_1, \gamma) = f(t, \Gamma) \qquad (3.36)$$

la transformación de γ en Γ conserva la medida. En otras palabras, la serie temporal f(t, γ) está en equilibrio estadístico.

Además, si consideramos el promedio de

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\, d\xi(t,\gamma)\right]^m \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\sigma-\tau)\, d\xi(t,\gamma)\right]^n \quad (3.37)$$

veremos que consta precisamente de los términos en

$$\int_0^1 d\gamma \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\, d\xi(t,\gamma)\right]^m \int_0^1 d\gamma \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\sigma-\tau)\, d\xi(t,\gamma)\right]^n$$
$$(3.38)$$

junto con un número finito en términos que implican como factores a potencias de

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\sigma+\tau)K(\tau)\, d\tau \quad (3.39)$$

y, si ésta se aproxima a 0 cuando $\sigma \to \infty$, la expresión 3.38 será el límite de la expresión 3.37 en dichas circunstancias. En otras palabras, f(t, γ) y f(t + σ, γ) son asintóticamente independientes en sus distribuciones conforme $\sigma \to \infty$. Con un argumento menos elaborado pero totalmente similar, podemos demostrar que la distribución simultánea de $f(t_1, \gamma), \ldots, f(t_n, \gamma)$ y de $f(\sigma + s_1, \gamma), \ldots, f(\sigma - s_m, \gamma)$ tiende a la distribución conjunta del primer y segundo conjuntos conforme $\sigma \to \infty$. En otras palabras, cualquier función medible limitada, o cualquier cantidad que dependa de la distribución completa de los valores de la función *t*, f(t, γ), que hemos descrito en forma de $\mathcal{F}[f(t, \gamma)]$, debe satisfacer la propiedad

$$\lim_{\sigma\to\infty} \int_0^1 \mathcal{F}[f(t,\gamma)]\mathcal{F}[f(t+\sigma,\gamma)]\, d\gamma$$
$$= \left\{\int_0^1 \mathcal{F}[f(t,\gamma)]\, d\gamma\right\}^2 \quad (3.40)$$

Ahora bien, si $\mathscr{F}[f(t, \gamma)]$ es invariante bajo una traslación de t_α y sólo admite los valores 0 ó 1, tendremos

$$\int_0^1 \mathscr{F}[f(t, \gamma)]\, d\gamma = \int_0^1 \left\{ \mathscr{F}[f(t, \gamma)]\, d\gamma \right\}^2 \qquad (3.41)$$

de forma que el grupo de transformación de f(t, γ) en f(t + σ, γ) es *métricamente transitivo*. De lo que se sigue que $\mathscr{F}[f(t, \gamma)]$ es cualquier funcional integrable de f como función de t, y según el teorema ergódico

$$\int_0^1 \mathscr{F}[f(t, \gamma)]\, d\gamma = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \mathscr{F}[f(t, \gamma)]\, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T}^0 \mathscr{F}[f(t, \gamma)]\, dt \qquad (3.42)$$

para todos los valores de γ y salvo un conjunto de medida cero. Es decir, que podemos leer casi siempre cualquier parámetro estadístico de semejante serie temporal y, por supuesto, cualquier conjunto enumerable de parámetros estadísticos de la historia pasada de un ejemplo simple. En realidad, en semejante serie temporal, cuando conocemos

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T}^0 f(t, \gamma) f(t - \tau, \gamma)\, dt \qquad (3.43)$$

conocemos Φ(t) en casi todos los casos y tenemos un conocimiento estadístico completo de la serie temporal.

Hay ciertas cantidades dependientes de una serie temporal de este tipo que poseen propiedades bastante interesantes. En particular es interesante saber el promedio de

$$\exp\left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, d\xi(t, \gamma) \right] \qquad (3.44)$$

Formalmente podemos anotarlo

$$\int_0^1 d\gamma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, d\xi(t, \gamma) \right]^n$$

$$= \sum_m \frac{(-1)^m}{(2m)!} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2\, dt \right\}^m (2m-1)(2m-3)\ldots 5\cdot 3\cdot 1$$

$$= \sum_m^{\infty} \frac{(-1)^m}{2^m m!} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2\, dt \right\}$$

$$= \exp\left\{ -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2\, dt \right\} \qquad (3.45)$$

Problema muy interesante es tratar de construir una serie temporal lo más general posible a partir de la serie del movimiento browniano simple. En tales construcciones, el ejemplo de los desarrollos de Fourier sugiere que desarrollos como la expresión 3.44 son bloques constructivos adecuados a este respecto. Investiguemos en particular las series temporales de forma especial

$$\int_a^b d\lambda \exp\left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau, \lambda)\, d\xi(\tau, \gamma) \right] \qquad (3.46)$$

Supongamos que conocemos $\xi(\tau, \gamma)$ y la Expresión 3.46. Entonces, igual que en la Ec. 3.45, si $t_1 > t_2$,

$$\int_0^1 d\gamma \exp\left\{ is[\xi(t_1, \gamma) - \xi(t_2, \gamma)] \right\}$$

$$\times \int_a^b d\lambda \exp\left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau, \lambda)\, d\xi(t, \gamma) \right]$$

$$= \int_a^b d\lambda \exp\left\{ -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t+\tau, \lambda)]^2\, dt \right.$$

$$\left. -\frac{s^2}{2}(t_2 - t_1) - s \int_{t_2}^{t_1} K(t, \lambda)\, dt \right\} \qquad (3.47)$$

si ahora multiplicamos por la exp $[s^2(t_2 - t_1)/2]$, supongamos que $s(t_2 - t_1) = i\sigma$, y que $t_2 \rightarrow t_1$, obtendremos

$$\int_a^b d\lambda \exp\left\{ -\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2\, dt - i\sigma K(t_1, \lambda) \right\} \quad (3.48)$$

Tomemos $K(t_1, \lambda)$ y una nueva variable independiente μ y despejemos λ;

$$\lambda = Q(t_1, \mu) \quad (3.49)$$

Luego, la expresión 3.48 se convierte en

$$\int_{K(t_1,a)}^{K(t_1,b)} e^{i\mu\sigma}\, d\mu \frac{\partial Q(t_1, \mu)}{\partial \mu} \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \{K[t + \tau, Q(t_1, \mu)]\}^2\, dt \right)$$

$$(3.50)$$

A partir de aquí, mediante una transformación de Fourier, podemos determinar

$$\frac{\partial Q(t_1,\mu)}{\partial \mu} \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \{K[t + \tau, Q(t_1, \mu)]\}^2\, dt \right) \quad (3.51)$$

como función de μ cuando μ se sitúa entre $K(t_1,a)$ y $K(t_1,b)$. Si integramos esta función en relación con μ, determinamos

$$\int_a^\lambda d\lambda \exp\left\{ -\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2\, dt \right\} \quad (3.52)$$

como función de $K(t_1, \lambda)$ y de t_1. Es decir, que hay una función conocida $F(u,v)$, de tal forma que

$$\int_a^\lambda d\lambda \exp\left\{ -\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2\, dt \right\} = F\,[K(t_1, \lambda), t_1]$$

$$(3.53)$$

Como el miembro izquierdo de esta ecuación no depende de t_1, podemos anotarla como $G(\lambda)$ y escribir

$$F[K(t_1, \lambda), t_1] = G(\lambda) \quad (3.54)$$

Aquí F es una función conocida y podemos invertirla en relación con el primer argumento, anotando

$$K(t_1, \lambda) = H[G(\lambda), t_1] \tag{3.55}$$

en donde también es una función conocida. Luego,

$$G(\lambda) = \int_a^\lambda d\lambda \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \{H[G(\lambda), t + \tau]\}^2 \, dt \right) \tag{3.56}$$

Entonces la función

$$\exp\left\{ -\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} [H(u, t)]^2 \, dt \right\} = R(u) \tag{3.57}$$

será una función conocida y

$$\frac{dG}{d\lambda} = R(G) \tag{3.58}$$

Es decir

$$\frac{dG}{R(g)} = d\lambda \tag{3.59}$$

o

$$\lambda = \int \frac{dG}{R(G)} + \text{const} = S(G) + \text{const} \tag{3.60}$$

Esta constante nos la da

$$G(a) = 0 \tag{3.61}$$

o

$$a = S(0) + \text{const} \tag{3.62}$$

No es difícil ver que, si *a* es finita, no importa el valor que le atribuyamos, ya que el operador no sufre modificación si aña-

dimos una constante a todos los valores de λ. Por consiguiente podemos hacerlo 0. De este modo hemos determinado λ como función de G, y por consiguiente G como función de λ. Por lo tanto, mediante la Ec. 3.55, hemos determinado $K(t, \lambda)$. Para culminar la determinación de la Expresión 3.46 sólo necesitamos conocer *b*. Y éste puede determinarse comparando

$$\int_a^b d\lambda \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t, \lambda)]^2 \, dt \right\} \tag{3.63}$$

con

$$\int_0^1 d\gamma \int_a^b d\lambda \exp \left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t, \lambda) \, d\xi(t, \gamma) \right] \tag{3.64}$$

Por lo tanto, bajo determinadas circunstancias que están por formular definitivamente, si una serie temporal puede escribirse en la forma de la Expresión 3.46, y también conocemos $\xi(t, \gamma)$, podemos determinar la función $K(t, \gamma)$ de la Expresión 3.46 y los números *a* y *b*, salvo para una constante indeterminada añadida a *a*, y *b*. No existe mayor dificultad si $b = +\infty$, y no cuesta mucho ampliar el razonamiento al caso en que $a = -\infty$. Desde luego que falta mucho trabajo por hacer para explicar el problema de la inversión de las funciones invertidas cuando los resultados no son de valor simple, y el de las condiciones generales de validez de las expansiones correspondientes. Sin embargo, al menos hemos dado un primer paso hacia la solución del problema de la reducción de una clase amplia de series temporales en una forma canónica, y esto es de suma importancia para la aplicación formal concreta de las teorías de predicción y de la medición de la información, como hemos indicado al principio del capítulo.

Aún subsisten ciertas limitaciones manifiestas en este enfoque de la teoría de las series temporales que hay que eliminar: la imperiosa necesidad de conocer $\xi(t, \gamma)$, así como las series temporales que estamos ampliando según la modalidad de la Expresión 3.46. La cuestión estriba en saber bajo qué circunstancias podemos representar una serie temporal de parámetros estadísticos conocidos, determinados por un movimiento browniano; o al menos como límite, en un sentido u otro de las series temporales determinadas por los movimientos brownianos. Nos li-

mitaremos a las series temporales con la propiedad de transitividad métrica, y con la propiedad aún más fuerte de que, si seleccionamos intervalos de longitud fija pero remotos en el tiempo, las distribuciones de cualquier funcional de los segmentos de la serie temporal en esos intervalos se aproximan a la independencia conforme los intervalos se apartan entre sí[4]. La teoría que vamos a exponer ya ha sido esbozada por el autor.

Si K(t) es una función de continuidad suficiente, es posible demostrar que los ceros de

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma) \tag{3.65}$$

casi siempre poseen una densidad definida, mediante un teorema de M. Kac, y que esa densidad puede magnificarse a voluntad mediante una adecuada elección de K. Supongamos que seleccionamos K_D con una densidad D. Entonces a la secuencia de ceros de $\int_{-\infty}^{\infty} K_D\,(t + \tau) d\xi(\tau, \gamma)$ desde $-\infty$ hasta ∞ la denominamos $Z_n(D, \gamma)$, $-\infty < n < \infty$. Naturalmente, en la enumeración de estos ceros, *n* está determinada salvo para una integral constante aditiva.

Supongamos ahora que $T(t, \mu)$ es cualquier serie temporal en la variable continua *t*, mientras que μ es un parámetro de distribución de la serie temporal que varía uniformemente sobre (0, 1). Después supongamos

$$T_D(t, \mu, \gamma) = T\,[t - Z_n(D, \gamma), \mu] \tag{3.66}$$

donde la Z_n elegida es justamente la que precede a *t*. Se comprobará que para cualquier conjunto finito de valores $t_1, t_2, \ldots t_v$ de *x*, la distribución simultánea de $T_D(t_k, \mu, \gamma)$ $(\kappa = 1,2,\ldots,v)$ se aproximará a la distribución simultánea de $T(t_k, \mu)$ para los mismos t_k conforme $D \to \infty$, para casi todos los valores de μ. Sin embargo, $T_D(t, \mu, \gamma)$ está totalmente determinado por *t*, μ, D y $\xi(\tau, \gamma)$. Por consiguiente, no es incorrecto tratar de expresar $T_D(t, \mu, \gamma)$, para unos determinados D y μ, ya directamente en

4. Es la propiedad de mezcla de Koopman, que es el supuesto ergódico necesario y suficiente para justificar la mecánica estadística.

la forma de la Expresión 3.46 o de alguna manera en forma de serie temporal que tenga una distribución que sea un límite (en el sentido impreciso que se da a la palabra) de las distribuciones de esta forma.

Hay que admitir que es un programa de resolución futura y no algo resuelto. No obstante, es el programa que, en opinión del autor, mejores perspectivas presenta para un tratamiento racional y profundo de los numerosos problemas asociados a la predicción no lineal, filtro no lineal, evaluación de la transmisión de información en situaciones no lineales y la teoría del gas denso y de la turbulencia. Algunos de estos problemas son quizá los más urgentes en ingeniería de comunicación.

Examinemos ahora el problema de la predicción de las series temporales de la forma de la Ec. 3.34. Vemos que el único parámetro estadístico independiente de la serie temporal es Φ(t), según lo expresado en la Ec. 3.55; lo cual significa que la única cantidad significativa relacionada con K(t) es

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s + t)\, ds \tag{3.67}$$

Aquí, naturalmente, K es real.

Anotemos

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega)e^{i\omega s}d\omega \tag{3.68}$$

recurriendo a la transformación de Fourier. Conociendo K(s), conocemos k(ω) y viceversa. Por consiguiente,

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s + \tau)\, ds = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega)k(-\omega)e^{i\omega\tau}\, d\omega \tag{3.69}$$

Por lo tanto, conocer Φ(τ) equivale a conocer k(ω)k(−ω). Pero como K(s) es real,

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{k(\omega)}e^{-i\omega s}\, dw \tag{3.70}$$

y, en consecuencia, k(ω) = k(−ω). Por lo tanto $|k(\omega)|^2$ es una

función conocida, lo que significa que la parte real del log $|k(\omega)|$ es una función conocida.

Si anotamos

$$F(\omega) = \mathscr{R}\ \{\log\ [k(\omega)]\} \qquad (3.71)$$

la determinación de k(s) es equivalente a la determinación de la parte imaginaria de log k(ω). Este problema no está determinado a menos que establezcamos otra restricción para k(ω). El tipo de restricción que aplicaremos es la de que el log k(s) tiene que ser analítico y no un índice de crecimiento suficientemente bajo para que ω se sitúe en el medio plano superior. Para hacer otra restricción, supondremos que k(ω) y $[k(\omega)]^{-1}$ son de crecimiento algebraico sobre el eje real. Entonces $[F(\omega)]^2$ será par y de máxima infinitud logarítmica y existirá el valor principal de Cauchy de

$$G(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(u)}{u - \omega}\, du \qquad (3.72)$$

La transformación señalada por la Ec. 3.72, conocida por transformación de Hilbert, transforma cos λω en sen λω y sen λω en −cos λω. Por lo tanto, F(ω) + iG(ω) es una función de la forma

$$\int_{0}^{\infty} e^{i\lambda\omega}\, d[M(\lambda)] \qquad (3.73)$$

y satisface las condiciones necesarias del log $|k(\omega)|$ en el medio plano inferior. Si ahora anotamos

$$k(\omega) = \exp\ [F(\omega) + iG(\omega)] \qquad (3.74)$$

demostramos que k(ω) es una función que, en condiciones muy generales, es tal que K(s), según la definición de la Ec. 3.68, se desvanece en todos los argumentos negativos. Por lo tanto,

$$f(t, \gamma) = \int_{-t}^{\infty} K(t - \tau)\, d\xi(\tau, \gamma) \qquad (3.75)$$

Por el contrario, se demuestra que podemos escribir $1/k(\omega)$ en la forma

$$\lim_{n \to \infty} \int_0^{\infty} e^{i\lambda\omega} dN_n(\lambda) \tag{3.76}$$

en donde los N_n están adecuadamente determinados, y que esto puede hacerse de tal forma que

$$\xi(\tau, \gamma) = \lim_{n \to \infty} \int_0^{\tau} dt \int_{-t}^{\infty} Q_n(t - \sigma) f(\sigma, \gamma) d\sigma \tag{3.77}$$

Aquí los Q_n deben cumplir la propiedad formal de que

$$f(t, \gamma) = \lim_{n \to \infty} \int_{-t}^{\infty} K(t + \tau) d\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau + \sigma) f(\sigma, \gamma) d\sigma \tag{3.78}$$

En general tendremos

$$\psi(t) = \lim_{n \to \infty} \int_{-t}^{\infty} K(t + \tau) d\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau + \sigma)\ \psi(\sigma) d\sigma \tag{3.79}$$

o, si escribimos (como en la Ec. 3.68)

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega) e^{i\omega s}\, d\omega$$

$$Q_n(s) = \int_{-\infty}^{\infty} q_n(\omega) e^{i\omega s}\, d\omega$$

$$\psi(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\omega) e^{i\omega s}\, d\omega$$

$$\Psi(\omega) = \lim_{n \to \infty} (2\pi)^{3/2} \Psi(\omega) q_n(-\omega) k(\omega) \tag{3.81}$$

Por lo tanto

$$\lim_{n \to \infty} q_n(-\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} k(\omega)} \tag{3.82}$$

Veremos que este resultado es útil para llegar al operador de predicción de un modo relacionado más con la frecuencia que con el tiempo. Por lo tanto, el pasado y el presente de $\xi(t, \gamma)$, o más exactamente de la «diferencial» $d\xi(t, \gamma)$, determinan el pasado y el presente de $f(t, \gamma)$ y viceversa.

Ahora bien, si $A > 0$,

$$f(t + A, \gamma) = \int_{-t-A}^{\infty} K(t + A + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma)$$

$$= \int_{-t-A}^{-t} K(t + A + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma)$$

$$+ \int_{-t}^{\infty} K(t + A + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma) \qquad (3.83)$$

Aquí el primer término de la última expresión depende de una gama de $d\xi(\tau, \gamma)$ en la cual el conocimiento de $f(\sigma, \gamma)$ para $\sigma \leqslant t$ no nos dice nada y es enteramente independiente del segundo término. El valor cuadrático medio es

$$\int_{-t-A}^{t} [K(t + A + \tau)]^2\, d\tau = \int_{0}^{A} [K(\tau)]^2\, d\tau \qquad (3.84)$$

y esto nos da todo lo que hay que saber al respecto estadísticamente. Puede demostrarse que posee una distribución de Gauss con este valor cuadrático medio. Es el error de mejor predicción posible de $f(t+A,\gamma)$.

La mejor predicción posible es el último término de la Ec. 3.83

$$\int_{-t}^{\infty} K(t + A + \tau)\, d\xi(\tau, \gamma)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \int_{-t}^{\infty} K(t + A + \tau)\, d\tau \int_{-t}^{\infty} Q_n(\tau + \sigma) f(\sigma, \gamma)\, d\sigma \qquad (3.85)$$

Si ahora escribimos

$$k_A(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty K(t + A)e^{-i\omega t}\,dt \qquad (3.86)$$

y si aplicamos el operador de la Ec. 3.85 a $e^{i\omega t}$, obteniendo

$$\lim_{n\to\infty}\int_{-t}^{\infty} K(t + A + \tau)\,d\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau + \sigma)e^{i\omega\sigma}\,d\sigma = A(\omega)e^{i\omega t} \qquad (3.87)$$

hallaremos (de modo parecido a la Ec. 3.81) que

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \lim_{n\to\infty} (2\pi)^{3/2}\, q_n(-\omega)k_A(\omega) \\ &= k_A(\omega)/k(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi k(\omega)}\int_A^\infty e^{-i\omega(t-A)}\,dt \int_{-\infty}^{\infty} k(u)e^{iut}\,du \end{aligned} \qquad (3.88)$$

Por lo tanto, ésta es la forma de frecuencia del mejor operador de predicción.

El problema de filtro en el caso de las series temporales como la de la ecuación 3.34, está muy estrechamente relacionado con el problema de la predicción. Supongamos que el mensaje más el ruido adopta la forma

$$m(t) + n(t) = \int_0^\infty K(\tau)\,d\xi(t - \tau, \gamma) \qquad (3.89)$$

y supongamos que el mensaje es de la forma

$$m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau)\,d\xi(t - \tau, \gamma) + \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\,d\xi(t - \tau, \delta) \qquad (3.90)$$

siendo γ y δ de distribución independiente sobre (0,1). Entonces, la parte predecible de m(t + a) es obviamente

$$\int_0^\infty Q(\tau + a)\, d\xi(t - \tau, \gamma) \tag{3.901}$$

y el error cuadrático medio de predicción es

$$\int_{-\infty}^{a} [Q(\tau)]^2\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} [R(\tau)]^2\, d\tau \tag{3.902}$$

Además, supongammos que conocemos las siguientes cantidades

$$\begin{aligned}
\phi_{22}(t) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta\, n(t + \tau)n(\tau) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} [K(|t| + \tau) - Q(|t| + \tau)][K(\tau) - Q(\tau)]\, d\tau \\
&= \int_0^\infty [K(|t| + \tau) - Q(|t| + \tau)][K(\tau) - Q(\tau)]\, d\tau \\
&\quad + \int_{-|t|}^{0} [K(|t| + \tau) - Q(|t| + \tau)]\,[-Q(\tau)]\, d\tau \\
&\quad + \int_{-\infty}^{-|t|} Q(|t| + \tau)Q(\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t| + \tau)R(\tau)\, d\tau \\
&= \int_0^\infty K(|t| + \tau)K(\tau)\, d\tau - \int_{-|t|}^{\infty} K(|t| + \tau)Q(\tau)\, d\tau \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} Q(|t| + \tau)Q(\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t| + \tau)R(\tau)\, d\tau
\end{aligned} \tag{3.903}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{11}(\tau) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta\, m(|t| + \tau)m(\tau) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} Q(|t| + \tau)Q(\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t| + \tau)R(\tau)\, d\tau
\end{aligned} \tag{3.904}$$

$$
\begin{aligned}
\phi_{12}(\tau) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta\, m(t+\tau)n(\tau) \\
&= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta\, m(t+\tau)[m(\tau)+m(\tau)] - \phi_{11}(\tau) \\
&= \int_0^1 d\gamma \int_{-t}^{\infty} K(\sigma+t)\, d\xi(\tau-\sigma,\gamma) \\
&\qquad \int_{-t}^{\infty} Q(\tau)\, d\xi(\tau-\sigma,\gamma) - \phi_{11}(\tau) \\
&= \int_{-t}^{\infty} K(t+\tau)Q(\tau)\, d\tau - \phi_{11}(\tau)
\end{aligned}
\tag{3.905}
$$

La transformación Fourier de estas tres cantidades es, respectivamente:

$$
\left.
\begin{aligned}
\Phi_{22}(\omega) &= |k(\omega)|^2 + |q(\omega)|^2 - q(\omega)\overline{k(\omega)} \\
&\quad - k(\omega)\overline{q(\omega)} + |r(\omega)|^2 \\
\Phi_{11}(\omega) &= |q(\omega)|^2 + |r(\omega)|^2 \\
\Phi_{12}(\omega) &= k(\omega)\overline{q(\omega)} - |q(\omega)|^2 - |r(\omega)|
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.906}
$$

en donde

$$
\left.
\begin{aligned}
k(\omega) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} K(s)e^{-i\omega s}\, ds \\
q(\omega) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \overline{Q(s)}e^{-i\omega s}\, ds \\
r(\omega) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R(s)e^{-i\omega s}\, ds
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.907}
$$

Es decir

$$
\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \overline{\Phi_{12}(\omega)} + \overline{\Phi_{22}(\omega)} = |k(\omega)|^2 \tag{3.908}
$$

y

$$
q(\omega)\overline{k(\omega)} = \Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega) \tag{3.909}
$$

en donde, a efectos de simetría, escribiremos $\Phi_{21}(\omega) = \Phi_{12}(\omega)$.

Ahora podemos determinar k(ω) de la Ec. 3.908, del mismo modo que hemos definido k(ω) antes, en base a la Ec. 3.74. Aquí anotaremos $\Phi(t)$ para $\Phi_{11}(t) + \Phi_{22}(t) + 2\mathcal{R}[\Phi_{12}(t)]$. Lo que nos da

$$q(\omega) = \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{k(\omega)} \tag{3.910}$$

y, por consiguiente,

$$Q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{k(\omega)} e^{iwt} d\omega \tag{3.911}$$

y, por lo tanto, la mejor determinación de m(t), con error cuadrático medio, es

$$\int_0^{\infty} d\xi(t - \tau, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{k(\omega)} e^{i\omega(t+a)} d\omega \tag{3.912}$$

Combinando esto con la Ec. 3.89, y recurriendo a un argumento similar al que empleamos para obtener la Ec. 3.88, vemos que el operador de m(t) + n(t) por el cual obtenemos la «mejor» representación de m(t + a), si lo escribimos en la escala de frecuencia, es

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)} \int_a^{\infty} e^{-i\omega(t-a)} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{11}(u) + \Phi_{21}(u)}{k(u)} e^{iut} du \tag{3.913}$$

Este es un operador característico que los ingenieros eléctricos llaman un *filtro de ondas*. La cantidad *a* es el *retraso* del filtro. Puede ser positiva o negativa; cuando es negativa, $-a$ se denomina *adelanto*. El aparato correspondiente a la Expresión 3.913 puede construirse siempre con la máxima exactitud deseada. Los detalles constructivos son más de la competencia de los ingenieros eléctricos que del lector de este texto, y pueden verificarse en otras obras[5].

El error cuadrático medio del filtro (expresión 3.902) se re-

5. Nos referimos en particular a los recientes trabajos del Dr. Y. W. Lee.

presenta como la suma del error cuadrático medio del filtro para el retraso infinito:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [R(\tau)]^2\, d\tau = \Phi_{11}(0) - \int_{-\infty}^{\infty} [Q(\tau)]^2\, d\tau$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{11}(\omega)\, d\omega - \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} \right|^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left[\Phi_{11}(\omega) - \frac{|\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)|^2}{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \Phi_{21}(\omega) + \Phi_{22}(\omega)} \right] d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\begin{vmatrix} \Phi_{11}(\omega) & \Phi_{12}(\omega) \\ \Phi_{21}(\omega) & \Phi_{22}(\omega) \end{vmatrix}}{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \Phi_{21}(\omega) + \Phi_{22}(\omega)}\, d\omega \tag{3.914}$$

y en parte dependiente del retraso:

$$\int_{-\infty}^{a} [Q(\tau)]^2\, dt = \int_{-\infty}^{a} dt \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} e^{i\omega t}\, d\omega \right|^2 \tag{3.915}$$

Como veremos, el error cuadrático medio de filtro es una función del retraso de disminución incesante.

Otra cuestión interesante en el caso de mensajes y ruidos derivados del movimiento browniano es el índice de transmisión de la información. Consideremos, para simplificar, el caso en que el mensaje y el ruido son incoherentes, es decir, cuando

$$\Phi_{12}(\omega) \equiv \Phi_{21}(\omega) \equiv 0 \tag{3.916}$$

En tal caso, consideremos

$$\left.\begin{aligned} m(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} M(\tau)\, d\xi(t-\tau, \gamma) \\ n(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)\, d\xi(t-\tau, \delta) \end{aligned}\right\} \tag{3.917}$$

en que γ y δ son de distribución independiente. Supongamos que conocemos m(t) + n(t) sobre (−A, A). ¿Cuánta información tenemos relativa a m(t)? Obsérvese que heurísticamente cabe esperar que no sea muy distinta a la cantidad de información relativa a

$$\int_{-A}^{A} M(\tau)\ d\xi(t-\tau,\gamma) \tag{3.918}$$

que tenemos cuando conocemos todos los valores de

$$\int_{-A}^{A} M(\tau)\ d\xi(t-\tau,\gamma) + \int_{-A}^{A} N(\tau)\ d\xi(t-\tau,\delta) \tag{3.919}$$

en que γ y δ son de distribución independiente. Sin embargo, puede demostrarse que el enésimo coeficiente de Fourier en la Expresión 3.918 tiene una distribución de Gauss independiente de los demás coeficientes de Fourier, y que su valor cuadrático medio proporcional a

$$\left| \int_{-A}^{A} M(\tau)\exp\left(i\frac{\pi n\tau}{A}\right) d\tau \right|^2 \tag{3.920}$$

Por lo tanto, según la Ec. 3.09, la cantidad total de información disponible relativa a M es

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\log_2 \frac{\left|\int_{-A}^{A} M(\tau)\exp\left(i\frac{\pi n\tau}{A}\right)d\tau\right|^2 + \left|\int_{-A}^{A} N(\tau)\exp\left(i\frac{\pi n\tau}{A}\right)d\tau\right|^2}{\left|\int_{-A}^{A} N(\tau)\exp\left(i\frac{\pi n\tau}{A}\right)d\tau\right|^2} \tag{3.921}$$

y la densidad temporal de la comunicación de energía es esta cantidad dividida por 2A. Si ahora tomamos A → ∞, la Expresión 3.921 se aproxima a

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} du \log_2 \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} M(\tau)\exp iu\tau\ d\tau\right|^2 + \left|\int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)\exp iu\tau\ d\tau\right|^2}{\left|\int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)\exp iu\tau\ d\tau\right|^2} \tag{3.922}$$

Este es precisamente el resultado que el autor y Shannon han obtenido para el índice de transmisión de información en este caso. Como veremos, depende no sólo de la amplitud de la banda de frecuencia disponible para la transmisión del mensaje, sino también del nivel de ruido. En realidad, guarda una estrecha relación con los audiogramas que se utilizan para medir la cantidad de capacidad auditiva y pérdida auditiva en cualquier individuo. Aquí, la abscisa es la frecuencia, la ordenada del límite inferior el logaritmo de la intensidad del umbral de intensidad audible —lo que podríamos denominar logaritmo de la intensidad del *ruido interno* del sistema receptor— y el límite superior, el logaritmo de la intensidad del mensaje de mayor magnitud que el sistema puede procesar. El área intermedia, que es una cantidad de la dimensión de la Expresión 3.922, se toma a continuación como medida del índice de transmisión de información que el oído es capaz de percibir.

La teoría de los mensajes, que dependen linealmente del movimiento browniano, posee distintas variantes de importancia. Las fórmulas clave son las Ec. 3.88 y 3.914 y la Expresión 3.922, junto con las definiciones pertinentes para interpretarlas, naturalmente. Hay diversas variantes de esta teoría. Primera: la teoría nos da el mejor diseño posible de predictores y de filtros de onda en el caso en que los mensajes y los ruidos representen la respuesta de resonadores lineales a los movimientos brownianos; pero, en casos mucho más generales, representa un diseño posible de predictores de filtros. Este no será el mejor diseño posible en términos absolutos, pero minimizará el error cuadrático medio de predicción y filtrado, en la medida en que puede realizarse con aparatos que ejecuten operaciones lineales. Sin embargo, en términos generales habrá algún aparato no lineal que dé un rendimiento mejor que otro lineal.

Segundo: las series temporales que hemos expuesto han sido series temporales simples, en las que una variable numérica simple depende del tiempo. Hay también series temporales múltiples, en las que un número determinado de esas variables dependen simultáneamente del tiempo, y son éstas las que son de suma importancia en economía, meteorología y ciencias de esta clase. El mapa meteorológico completo de los Estados Unidos, registrado día a día, constituye una de estas series. En este caso, tenemos que desarrollar simultáneamente diversas funciones en términos de frecuencia, y las cantidades cuadráticas, como en la

Ec. 3.35 y la $|k(\omega)|^2$ de los argumentos que siguen a la Ec. 3.70, quedan sustituidos por contingentes de pares de cantidades, es decir, matrices. El problema de la determinación de $k(\omega)$ en términos de $|k(\omega)|^2$, de un modo que satisfaga ciertas condiciones auxiliares en el plano complejo, se hace mucho más difícil, sobre todo debido a que la multiplicación de matrices no es una operación conmutativa. Sin embargo, los problemas de esta teoría multidimensional están resueltos, al menos en parte, por Krein y el autor.

La teoría multidimensional representa una complicación de la teoría ya expuesta. Hay otra teoría, muy estrechamente relacionada, que es una simplificación. Es la teoría de la predicción, filtrado y cantidad de información en series temporales discretas. Estas series son una secuencia de las funciones $f_n(\alpha)$ de un parámetro α, en la que n recorre todos los valores de integración desde $-\infty$ a ∞. Como antes, la cantidad α, es el parámetro de distribución y puede suponerse que recorre una distribución uniforme sobre (0,1). Se dice que la serie temporal está en equilibrio estadístico cuando el cambio de n a $n + v$ (v es una integral) es equivalente a una transformación conservadora de medida en sí misma del intervalo (0,1) sobre el que discurre.

La teoría de las series temporales discretas es en muchos aspectos más simple que la teoría de las series continuas. Es más fácil, por ejemplo, hacerlas depender de una secuencia de elecciones independientes. Cada término (en el caso mixto) será representable en forma combinatoria de los términos previos con una cantidad independiente de todos los términos previos, distribuida uniformemente sobre (0,1), y puede tomarse la secuencia de estos factores independientes para sustituir el movimiento browniano tan importante en el caso continuo.

Si $f_n(\alpha)$ es una serie temporal en equilibrio estadístico, y es métricamente transitiva, su coeficiente de autocorrelación será:

$$\phi_m = \int_0^1 f_m(\alpha) f_0(\alpha)\, d\alpha \tag{3.923}$$

y tendremos

$$\phi_m = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N+1} \sum_0^N f_{k+m}(\alpha) f_k(\alpha)$$

$$= \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N+1} \sum_{0}^{N} f_{-k+m}(\alpha) f_{-k}(\alpha) \tag{3.924}$$

para casi todos los α. Pongamos

$$\phi_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi(\omega) e^{in\omega} \, d\omega \tag{3.925}$$

o

$$\Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \phi_n e^{-in\omega} \tag{3.926}$$

Supongamos que

$$\frac{1}{2} \log \Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} p_n \cos n\omega \tag{3.927}$$

y supongamos que

$$G(\omega) = \frac{p_0}{2} + \sum_{1}^{\infty} p_n e^{in\omega} \tag{3.928}$$

y que

$$e^{G(\omega)} = k(\omega) \tag{3.929}$$

Entonces, en condiciones muy generales, k(ω) será el valor límite sobre el círculo unitario de una función sin ceros o singularidades dentro del círculo unitario si ω es el ángulo. Tendremos

$$|k(\omega)|^2 = \Phi(\omega) \tag{3.930}$$

Si ahora anotamos para la mejor predicción lineal de $f_n(\alpha)$ con un adelanto de v

$$\sum_{0}^{\infty} f_{n-v}(\alpha) \, W_v \tag{3.931}$$

veremos que

$$\sum_0^{\infty} W_\mu e^{i\mu\omega} = \frac{1}{2\pi k(\omega)} \sum_{\mu=\nu}^{\infty} e^{i\omega(\mu-\nu)} \int_{-\pi}^{\pi} k(u) e^{-i\mu u}\, du \tag{3.932}$$

análoga a la Ec. 3.88. Señalemos que, si escribimos

$$k_\mu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} k(u) e^{-i\mu u}\, du \tag{3.933}$$

entonces,

$$\sum_0^{\infty} W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\nu\omega} \frac{\sum_{\nu}^{\infty} k_\mu e^{i\mu\omega}}{\sum_0^{\infty} k_\mu e^{i\mu\omega}}$$

$$= e^{-i\nu\omega} \left(1 - \frac{\sum_0^{\nu-1} k_\mu e^{i\mu\omega}}{\sum_0^{\infty} k_\mu e^{i\mu\omega}} \right) \tag{3.934}$$

Será claramente el resultado del modo en que hemos formado k(ω), que en un conjunto muy general de casos podemos anotar así:

$$\frac{1}{k(\omega)} = \sum_0^{\infty} q_\mu e^{i\mu\omega} \tag{3.935}$$

Entonces la Ec. 3.934 se convierte en

$$\sum_0^{\infty} W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\nu\omega} \left(1 - \sum_0^{\nu-1} k_\mu e^{i\mu\omega} \sum_0^{\infty} q_\lambda e^{i\lambda\omega} \right) \tag{3.936}$$

En particular si $\nu = 1$,

$$\sum_0^{\infty} W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\omega} \left(1 - k_0 \sum_0^{\infty} q_\lambda e^{i\lambda\omega} \right) \tag{3.937}$$

o

$$W_\mu = -q_{\lambda+1}k_0 \tag{3.938}$$

Por lo tanto, para una predicción un paso más adelante, el mejor valor para $f_{n+1}(\alpha)$ es

$$-k_0 \sum_0^\infty q_{\lambda+1}f_{n-\lambda}(\alpha) \tag{3.939}$$

y, mediante un proceso de predicción paso a paso, podemos resolver por completo el problema de la predicción lineal para series temporales discretas. Del mismo modo que en el caso continuo, ésta será la mejor predicción posible para cualquier método si

$$f_n(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(n - \tau)\, d\xi(\tau, \alpha) \tag{3.940}$$

La traslación del problema de filtrado del caso continuo al discreto sigue fundamentalmente las mismas líneas de argumentación. La fórmula 3.913 para la característica de frecuencia del mejor filtro, adopta la forma

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)} \sum_{\nu=a}^{\infty} e^{-i\omega(\nu-a)} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{[\Phi_{11}(u) + \Phi_{21}(u)]\, e^{iu\nu}\, du}{\overline{k(u)}} \tag{3.941}$$

en la que todos los términos reciben las mismas definiciones que en el caso continuo, salvo que todas las integrales sobre ω o u vayan de $-\pi$ a π, en lugar de $-\infty$ a ∞, y todas las sumas de ν sean sumas discretas en lugar de integrales en t. Los filtros para series temporales discretas no suelen ser dispositivos tan físicamente construibles que puedan utilizarse con un circuito eléctrico a modo de los procedimientos matemáticos que permiten a los estadísticos obtener los mejores resultados con datos estadísticos impuros.

Finalmente, el índice de transferencia de información mediante una serie temporal discreta de la forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} M(n - \tau)\, d\xi(t, \gamma) \tag{3.942}$$

en presencia de un ruido

$$\int_{-\infty}^{\infty} N(n - \tau)\, d\xi(t, \delta) \tag{3.943}$$

cuando γ y δ son independientes, será la análoga exacta de la Expresión 3.922, es decir

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} du \log_2 \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} M(\tau)e^{iu\tau}\, d\tau\right|^2 + \left|\int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)e^{iu\tau}\, d\tau\right|^2}{\left|\int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)e^{iu\tau}\, d\tau\right|^2} \tag{3.944}$$

en donde sobre $(-\pi, \pi)$,

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} M(\tau)e^{iu\tau}\, d\tau\right|^2 \tag{3.945}$$

representa la distribución de potencia del mensaje en frecuencia, y

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} N(\tau)e^{iu\tau}\, d\tau\right|^2 \tag{3.946}$$

la del ruido.

Las teorías estadísticas que hemos expuesto implican un conocimiento completo de los pasados de las series temporales observadas. En cada caso tenemos que contentarnos con menos, puesto que nuestra observación no discurre indefinidamente hacia el pasado. El desarrollo de la teoría más allá de este punto, en cuanto teoría estadística práctica, implica una ampliación de los métodos de muestreo existentes. El autor y otros han dado los primeros pasos en esa dirección, que implica todas las complejidades de la ley de Bayes, por un lado, o de las argucias terminológicas de la teoría de probabilidad[6], por otro, que, al parecer, nos exime de la aplicación de la ley de Bayes, pero que, en realidad, traslada la responsabilidad de su utilización al es-

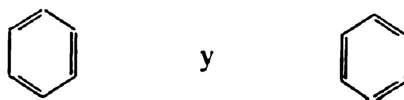
6. Véanse los escritos de A. Fisher y J. von Newman.

tadístico que está resolviendo el problema o a la persona que, en último término, utiliza los resultados. Mientras tanto, el teórico en estadística puede afirmar con bastante honradez que no ha afirmado nada que no sea perfectamente riguroso e irrefutable.

Finalmente, cerraremos este capítulo con la discusión sobre mecánica cuántica moderna. Esta representa la cota máxima de la invasión de la teoría de las series temporales en la física moderna. En la física newtoniana, la secuencia de los fenómenos físicos está totalmente determinada por su pasado y en particular por la determinación de todas las posiciones y momentos de cualquier momento concreto. En la teoría de Gibbs, sigue siendo cierto que, con una perfecta determinación de las series temporales múltiples de todo el universo, el conocimiento de todas las posiciones y momentos en cualquier momento concreto, determina todo el futuro. Es sólo porque se ignoran las coordenadas no observadas y los momentos que las series temporales con que actualmente trabajamos satisfacen la especie de propiedad combinatoria con que nos hemos familiarizado en este capítulo, en el caso de las series temporales derivadas del movimiento browniano. La gran contribución de Heisenberg a la física fue sustituir este universo casi newtoniano de Gibbs por otro en el que las series temporales no pueden en modo alguno reducirse a un conjunto de líneas determinadas de desarrollo en el tiempo. En mecánica cuántica todo el pasado de un sistema individual no determina el futuro del sistema en ningún modo absoluto, sino simplemente la distribución de posibles futuros del sistema. Las cantidades que la física clásica requiere para conocer el curso completo de un sistema no son observables simultáneamente, salvo de un modo impreciso y aproximado, que no obstante es de precisión suficiente para las necesidades de la física clásica *sobre la gama de precisión en que se ha demostrado experimentalmente que es aplicable.* Las condiciones de la observación de un momento y de su posición correspondiente son incompatibles. Para observar la posición de un sistema con la mayor exactitud posible, hay que observarlo con ondas luminosas o electrónicas o medios similares de alto poder resolutorio, o mediante ondas de longitud corta. Sin embargo, la luz ejerce una acción corpuscular que sólo depende de su frecuencia, y, por tanto, iluminar un cuerpo con luz de alta frecuencia significa someterlo a un cambio en su momento que aumenta con la frecuencia. Por el contrario, es la luz de baja frecuencia la que produce el cambio mínimo en los mo-

mentos de las partículas que ilumina, y ésta no posee suficiente potencia resolutoria para darnos una indicación exacta de las posiciones. Las frecuencias intermedias de la luz dan una resolución confusa de las posiciones y de los momentos. En general, no existe un conjunto de observaciones concebible que pueda darnos suficiente información sobre el pasado de un sistema, por la que obtengamos información completa sobre su futuro.

No obstante, como en el caso de todos los conjuntos de las series temporales, la teoría de la cantidad de información que hemos desarrollado es aplicable y, en consecuencia, lo es la teoría de la entropía. Pero, como ahora tratamos de series temporales con propiedad combinatoria, aun cuando los datos sean lo más completos posible, hallaremos que el sistema no presenta barreras potenciales y que en el curso del tiempo cualquier estado del sistema puede transformarse, y se transforma, en cualquier otro estado. Sin embargo, la probabilidad de esto depende a largo plazo de la probabilidad relativa de medida de los dos estados. Esta resulta particularmente alta en estados que pueden transformarse en sí mismos merced a un número de transformaciones, para estados que, en el léxico de la teoría cuántica, poseen una resonancia interna elevada o una degeneración cuántica alta. El núcleo bencénico es un ejemplo de ello, puesto que sus dos estados son equivalentes. Lo cual sugiere que en un sistema



en el que diversos bloques constructivos pueden combinarse íntimamente de distintos modos, como cuando una mezcla de aminoácidos se organiza en forma de cadenas proteicas, una situación en que muchas de estas cadenas son iguales y pasan por un estado de estrecha asociación recíproca, es más estable que otro en el que son distintas. Haldane sugirió, de forma tentativa, que éste puede ser el modo de reproducción de genes y virus; y, aunque no haya reivindicado esta sugerencia como algo en un sentido finalista, yo no veo objeción a considerarla una hipótesis de trabajo. Como señaló el propio Haldane, dado que en la teoría cuántica no hay una sola partícula que esté perfectamente individualizada, no puede decirse en tales circunstancias —si no es con exactitud excesivamente fragmentaria— cuál de los dos

ejemplos de un gen autorreproducido de este modo es el patrón y cuál la copia.

Sabemos que este mismo fenómeno de resonancia es muy frecuente en la materia viva. Szent-Györgyi ha sugerido su importancia en la construcción muscular. Las sustancias con alta resonancia presentan casi siempre una capacidad anormal de almacenamiento de energía e información, y no cabe duda de que este acopio se da en la contracción muscular.

De igual modo, los mismos fenómenos que se observan en la reproducción tienen probablemente algo que ver con la extraordinaria especificidad de las sustancias químicas existentes en los organismos vivos, no sólo entre una especie y otra, sino incluso entre los individuos de una misma especie. Son consideraciones que pueden ser de suma importancia en inmunología.

IV
Retroalimentación y oscilación

Un paciente neurológico llega a una clínica: no sufre parálisis y es capaz de mover las piernas cuando se lo indican. No obstante, sufre una incapacidad grave: camina con paso inseguro sin apartar la vista del suelo y de sus piernas; inicia cada paso con un puntapié, proyectando sucesivamente las piernas hacia adelante. Si se le vendan los ojos, no puede ponerse en pie y se desploma. ¿Qué le sucede?

Llega otro paciente. Este se encuentra tranquilamente sentado y no parece que le suceda nada, pero, si se le ofrece un cigarrillo, veremos que, al intentar cogerlo, su mano rebasa la posición del mismo. Intentará agarrarlo con un balanceo igual de inútil en dirección contraria y con un tercero, hasta que el movimiento se convierte en una violenta y futil oscilación. Si le damos un vaso de agua, lo derrama con estas oscilaciones antes de poder llevárselo a la boca. ¿Qué le sucede?

Los dos enfermos padecen una modalidad distinta de *ataxia*. Tienen una musculatura normal, pero son incapaces de organizar sus movimientos. El primero padece *tabes dorsal*, una lesión de mayor o menor magnitud, por efecto de las secuelas cuaternarias de la sífilis, en la porción de la medula espinal que normalmente recibe las sensaciones. Existe merma de los mensajes de entrada, cuando no ausencia total. Los receptores en articulaciones, tendones y músculos de la planta de los pies, que informan al sujeto sobre su posición y estado del movimiento de sus piernas, no envían mensajes que el sistema nervioso central pueda captar y transmitir, y, para informarse sobre su postura, se ve obligado a confiar en su vista y en los órganos de equilibrio del oído interno.

El paciente, en jerga médica, sufre pérdida notable de su sentido propioceptivo o cinestético.

El segundo paciente no ha perdido ningún sentido propioceptivo. Su lesión se localiza en otro sitio: en el cerebelo. Padece una enfermedad denominada temblor cerebeloso o volicional. Parece ser que el cerebelo desempeña una función reguladora de la respuesta muscular al impulso aferente propioceptivo y por efecto de esta enfermedad, se produce alteración de esta regulación, provocando, entre otras cosas, un temblor.

Vemos, pues, que, para actuar con eficacia sobre el mundo externo, no sólo es necesario disponer de buenos efectores, sino que la acción de éstos debe ser debidamente encauzada al sistema nervioso central para que las lecturas de estos reguladores se combinen adecuadamente con la otra información procedente de los órganos sensoriales, de manera que resulte un impulso de salida perfectamente adecuado a los efectores. Algo muy similar sucede en los sistemas mecánicos. Supongamos un mástil de señales ferroviarias. El operario manipula una serie de palancas que conectan o desconectan las señales semafóricas y que regulan la disposición de los conmutadores. Sin embargo, no se conforma con suponer a ciegas que las señales y los conmutadores han seguido sus órdenes. Los conmutadores pueden haberse agarrotado por efecto del hielo, o el peso de una masa de nieve puede haber doblado los brazos de las señales, y el estado en que él supone se encuentran los conmutadores y las señales —sus efectores—, no coincide con las órdenes cursadas. Para evitar los riesgos de tal contingencia, cada efector, conmutador o señal, está conectado a un «chivato» en la torre de señales que indica al operario la respuesta real del sistema. Es el equivalente mecánico de la repetición de órdenes en la marina, con arreglo a un código que cada subordinado debe repetir a su superior cuando recibe una orden para confirmar que la ha oído y entendido. El operario de señales actúa con arreglo a esta repetición de órdenes.

Obsérvese que en este sistema hay un eslabón humano en la cadena de transmisión y regreso de la información: en lo que a partir de ahora denominaremos cadena de retroalimentación (*feedback*). Es cierto que el operario de señales no es un agente absolutamente libre, que sus conmutadores y señales están interconexos, mecánica o eléctricamente, y que no tiene opción a seleccionar algunas de las combinaciones más desastrosas. Sin

embargo, hay cadenas de retroalimentación en las que no interviene ningún factor humano. El termostato corriente con el que se regula la calefacción de una vivienda es una de ellas. Hay una posición para la temperatura deseada y, si la temperatura de la vivienda desciende por debajo de lo establecido, se conecta un dispositivo que abre el regulador o aumenta la combustión para que la temperatura suba hasta el nivel determinado. Si, por el contrario, la temperatura excede el nivel deseado, el regulador se cierra o la combustión disminuye o se interrumpe. De este modo, se mantiene la temperatura de la casa a un nivel constante aproximado. Obsérvese que la constancia de este nivel depende del buen diseño del termostato y que un termostato que funcione mal puede llegar a mantener la temperatura de la vivienda sujeta a violentas oscilaciones muy parecidas a las del paciente que padece temblor cerebeloso.

Otro ejemplo de sistema de retroalimentación puramente mecánico —el originalmente tratado por Clerk Maxwell— es el del regulador de un motor de vapor que controla su velocidad en las distintas condiciones de carga. El original diseñado por Watt consta de dos bolas unidas a unas varillas que pendulan y oscilan en los lados opuestos de un eje en rotación. Se mantienen caídas por efecto de su propio peso o por medio de un muelle y suben por efecto de una acción centrífuga que depende de la velocidad angular del eje, por lo que adoptan una posición intermedia que, a su vez, depende de la velocidad angular. Esta posición la transmiten otras varillas a un collar que rodea el eje, que acciona un elemento que abre las válvulas de admisión del cilindro cuando el motor pierde velocidad y bajan las bolas, cerrándolas cuando el motor aumenta velocidad y las bolas suben. Obsérvese que la retroalimentación tiende a oponerse a lo que hace el sistema y, por lo tanto, es negativa.

Así pues, hay ejemplos de retroalimentación negativa para estabilizar la temperatura y de retroalimentación negativa para estabilizar la velocidad. También hay retroalimentaciones negativas para estabilizar la posición, como sucede en los motores direccionales navales, que se accionan por efecto de la diferencia angular entre la posición del timón y de la pala y actúan siempre adecuando la posición de la pala a la de la rueda del timón. El mecanismo de retroalimentación de la actividad voluntaria es de este tipo. No deseamos mover ciertos músculos y no sabemos qué músculos tenemos que mover para efectuar una acción deter-

minada: coger un cigarrillo, por ejemplo. Nuestro movimiento se regula con arreglo a cierta medida de la cantidad que aún falta para completarlo.

La retroalimentación de información al centro de control tiende a oponerse a la desviación de lo controlado con respecto a la cantidad que controla, pero puede depender en modos muy distintos de esta desviación. Los sistemas de control más sencillos son los lineales: el rendimiento del efector es una expresión lineal del impulso de entrada y, cuando añadimos impulsos de entrada, añadimos también impulsos de salida. La lectura de salida la efectúa algún tipo de aparato también lineal. Esta lectura es una simple sustracción al impulso de entrada. Quisiéramos expresar a continuación una teoría exacta de la actuación de esta clase de aparato y, en particular, de su comportamiento defectuoso y su avería en forma de oscilación cuando se manipula mal o se sobrecarga.

En este libro hemos evitado en lo posible el simbolismo y la técnica matemática, si bien nos hemos visto obligados a transigir en algunos párrafos y especialmente en el capítulo anterior. En el resto de este capítulo tratamos también una serie de materias que requieren lenguaje matemático, el cual sólo sería evitable con largos circunloquios difícilmente inteligibles para el lego y sólo comprensibles para el lector familiarizado con la simbología matemática. El mejor término medio es complementar esta simbología con una amplia explicación verbal.

Supongamos que $f(t)$ es una función del tiempo t en la que t va de $-\infty$ a ∞; es decir, supongamos que $f(t)$ es una cantidad que adopta un valor numérico para cada tiempo t. En cualquier tiempo t las cantidades $f(s)$ nos son accesibles cuando s es menor o igual a t, pero no cuando s es mayor que t. Hay tipos de aparatos, eléctricos o mecánicos, que retrasan el impulso de entrada en un tiempo determinado, lo que nos da, para una entrada $f(t)$, una salida $f(t - \tau)$, siendo τ el retraso fijo.

Podemos combinar varios aparatos de este tipo para que nos den salidas $f(t - \tau_1)$, $f(t - \tau_2)$,...,$f(t - \tau_n)$. Podemos multiplicar cada una de estas salidas por cantidades fijas, positivas o negativas. Por ejemplo, podemos utilizar un potenciómetro para multiplicar un voltaje por un número positivo fijo menor de 1, y no es muy difícil diseñar dispositivos equilibradores automáticos y amplificadores para multiplicar un voltaje por cantidades que son negativas o no mayores de 1. Tampoco es difícil construir es-

quemas o circuitos alámbricos simples para añadir voltajes continuamente y obtener con ellos una salida

$$\sum_{1}^{n} a_k f(t - \tau_k) \qquad (4.01)$$

Aumentando el número de retrasos τ_k y ajustando adecuadamente los coeficientes a_k, podemos aproximarnos tanto como queramos a una salida de la forma siguiente

$$\int_{0}^{\infty} a(\tau) f(t - \tau)\, d\tau \qquad (4.02)$$

En esta expresión es importante entender que es fundamental el hecho de que integremos de 0 a ∞ y no de $-\infty$ a ∞. En caso contrario, podemos utilizar distintos dispositivos prácticos para operar con este resultado y obtener $f(t + \sigma)$, en el que σ es positiva. Sin embargo, esto implica conocer el futuro de $f(t)$; y $f(t)$ puede ser una cantidad, como las coordenadas de un tranvía que de un modo u otro accione un conmutador que no esté determinado por su pasado. Cuando un proceso físico *parece* darnos un operador que convierte $f(t)$ en

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) f(t - \tau)\, d\tau \qquad (4.03)$$

en el que $a(\tau)$ no se anula eficazmente para valores negativos de τ, significa que ya no contamos con un verdadero operador en $f(t)$, únicamente determinado por su pasado. Hay casos físicos en que esto sucede. Por ejemplo, un sistema dinámico sin entrada puede entrar en oscilación permanente, o incluso en oscilación que se desarrolle hasta el infinito con una determinada amplitud. En tal caso, el futuro del sistema no está determinado por el pasado, y en apariencia hallaremos un formalismo que sugiere un operador dependiente del futuro.

La operación por la que obtenemos la Expresión 4.02 a partir de $f(t)$ posee otras dos propiedades importantes: (1) es indepen-

diente de una desviación del origen del tiempo y (2) es lineal. La primera propiedad se expresa por la afirmación de que, si

$$g(t) = \int_0^\infty \alpha(\tau) f(t - \tau)\, d\tau \tag{4.04}$$

entonces

$$g(t + \sigma) = \int_0^\infty \alpha(\tau) f(t + \sigma - \tau)\, d\tau \tag{4.05}$$

La segunda propiedad se expresa por la afirmación de que, si

$$g(t) = Af_1(t) + Bf_2(t) \tag{4.06}$$

entonces

$$\int_0^\infty a(\tau) g(t - \tau)\, d\tau$$
$$= A \int_0^\infty a(\tau) f_1(t - \tau)\, d\tau + B \int_0^\infty a(\tau) f_2(t - \tau)\, d\tau \tag{4.07}$$

Puede demostrarse que, en sentido apropiado, *cada operador en el pasado de f(t), que sea lineal e invariante bajo una desviación del origen del tiempo, adopta la forma de la Expresión 4.02 o es un límite de una secuencia de operadores de esa forma.* Por ejemplo, f'(t) es el resultado de un operador con estas propiedades cuando lo aplicamos a f(t), y

$$f'(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^\infty \frac{1}{\varepsilon^2} a\left(\frac{\tau}{\varepsilon}\right) f(t - \tau)\, d\tau \tag{4.08}$$

en donde

$$a(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant x < 1 \\ -1 & 1 \leqslant x < 2 \\ 0 & 2 \leqslant x \end{cases} \tag{4.09}$$

Como hemos visto anteriormente, las funciones e^{zt} son un conjunto de funciones f(t) que son de particular importancia desde el punto de vista del Operador 4.02, ya que

$$e^{z(t-\tau)} = e^{zt} \cdot e^{-z\tau} \tag{4.10}$$

y el operador de retraso se convierte en un simple multiplicador dependiente de z. Por lo tanto, el Operador 4.02 se convierte en

$$e^{zt} \int_0^\infty a(\tau) e^{-z\tau}\, d\tau \tag{4.11}$$

y, a su vez, es un operador de multiplicación que sólo depende de z. Se dice que la expresión

$$\int_0^\infty a(\tau) e^{-z\tau}\, d\tau = A(z) \tag{4.12}$$

es *la representación del Operador 4.02 en tanto que función de frecuencia*. Si suponemos que z es la cantidad compleja $x + iy$, siendo x e y reales, entonces se convierte en

$$\int_0^\infty a(\tau) e^{-x\tau} e^{-iy\tau}\, d\tau \tag{4.13}$$

de modo que, según la conocida desigualdad de Schwarz relativa a integrales, si $y > 0$ y

$$\int_0^\infty |a(\tau)|^2\, d\tau < \infty \tag{4.14}$$

tenemos

$$\begin{aligned} |A(x+iy)| &\leqslant \left[\int_0^\infty |a(\tau)|^2\, d\tau \int_0^\infty e^{-2x\tau}\, d\tau \right]^{1/2} \\ &= \left[\frac{1}{2x} \int_0^\infty |a(\tau)|^2\, d\tau \right]^{1/2} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Lo que significa que $A(x + iy)$ es una función holomorfa límite de una variable compleja en cada semiplano $x \geqslant \varepsilon > 0$, y que la fución $A(iy)$ representa en un determinado sentido muy definido los valores límites de dicha función.

Pongamos que

$$u + iv = A(x + iy) \qquad (4.16)$$

siendo u y v reales. El término $x + iy$ estará determinado como función (no necesariamente de valor simple) de $u + iv$. Esta función será analítica, aunque meromórfica, salvo en los puntos $u + iv$ correspondientes a los puntos $z = x + iy$, siendo $\delta A(z)/\delta z = 0$. El límite $x = 0$ se convierte en la curva con la ecuación paramétrica

$$u + iv = A(iy) \; (y \text{ real}) \qquad (4.17)$$

Esta nueva curva puede intersectarse a sí misma las veces que sea. Sin embargo, en general, dividirá al plano en dos regiones. Consideremos la curva (Ec. 4.17) trazada en la dirección en que y va de $-\infty$ a ∞. Si entonces partimos de la Ec. 4.17 hacia la derecha y seguimos una trayectoria continua sin volver a cortar la Ec. 4.17, llegamos a ciertos puntos. A los puntos que no se hallan dentro de este conjunto ni en la Ec. 4.17 los denominaremos *puntos externos*. Y a la parte de la curva (Ec. 4.17) que contiene puntos límite de los puntos externos la llamaremos *límite efectivo*. A todos los demás puntos los denominaremos *puntos internos*. Por lo tanto, en el diagrama de la Fig. 1, en la que el límite está trazado en el sentido de la flecha, los puntos internos están sombreados y el límite efectivo tiene un trazado más fuerte.

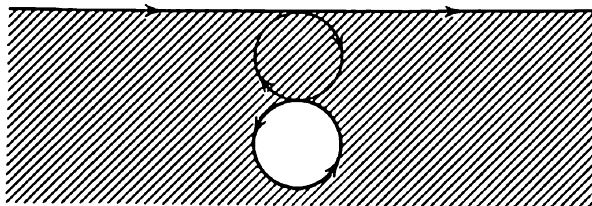


Fig. 1.

La condición de que A esté limitada en cualquier semiplano derecho nos indicará entonces que *el punto en infinito no puede ser un punto interno.* Puede ser un punto limítrofe, si bien hay unas determinadas restricciones muy concretas sobre el carácter del tipo de punto limítrofe que puede serlo. Fundamentalmente son restricciones relativas al «grosor» del conjunto de puntos internos con tendencia a infinito.

Ahora llegamos a la dificultad de la expresión matemática del problema de la retroalimentación lineal. Supongamos que el esquema del flujo de control —no el diagrama de conexión— de tal sistema es el de la Fig. 2.

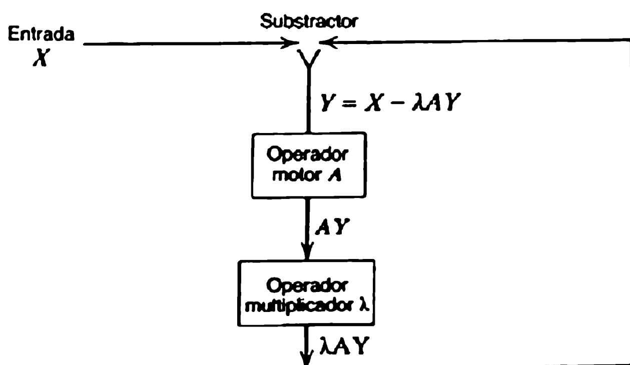


Fig. 2.

En él la entrada del motor es Y, que es la diferencia entre la entrada original X y la salida del multiplicador que multiplica el potencial de salida AY del motor por el factor λ. Por lo tanto

$$Y = X - \lambda A Y \tag{4.18}$$

y

$$Y = \frac{X}{1 + \lambda A} \tag{4.19}$$

por lo que el rendimiento del motor es

$$AY = X \frac{A}{1 + \lambda A} \tag{4.20}$$

El operador producido por el mecanismo completo de retroalimentación es entonces $A/(1 + \lambda A)$. *Este será infinito sólo y cuando $A = -1/\lambda$. El diagrama (Ec. 4.17) de este nuevo operador será:*

$$u + iv = \frac{A(iy)}{+ \lambda A(iy)} \qquad (4.21)$$

e ∞ será un punto interno de ésta sólo y cuando $-1/\lambda$ sea un punto interno de la Ec. 4.17.

En este caso, una retroalimentación con un multiplicador producirá inevitablemente algo catastrófico, y en realidad la catástrofe consiste en que el sistema entra en creciente e irrefrenable oscilación.

Si, por el contrario, el punto $-1/\lambda$ es un punto externo, se demuestra que no hay dificultad, y la retroalimentación es estable. Si $-1/\lambda$ está en el límite efectivo, la exposición es más compleja. En la mayoría de las circunstancias el sistema puede entrar en una oscilación de amplitud estacionaria.

Quizá valga la pena considerar varios operadores A y las gamas de retroalimentación admisibles con ellos. Consideraremos no sólo las operaciones de la Expresión 4.02, sino también sus límites, suponiendo que les es aplicable el mismo argumento.

Si el operador A corresponde al operador diferencial $A(z) = z$ y si y va de $-\infty$ a ∞, sucederá lo mismo con $A(y)$, y los puntos internos son puntos internos del semiplano derecho. El punto $-1/\lambda$ es siempre un punto externo, y es posible cualquier cantidad de retroalimentación si

$$A(z) = \frac{1}{1 + kz} \qquad (4.22)$$

la curva (Ec. 4.17) es

$$u + iv = \frac{1}{1 + kiy} \qquad (4.23)$$

o

$$u = \frac{1}{1 + k^2y^2}, \qquad v = \frac{-ky}{1 + k^2y^2} \qquad (4.24)$$

que podemos anotar en la forma

$$u^2 + v^2 = u \tag{4.25}$$

Esto es un círculo con un radio 1/2 y el centro en (1/2, 0). Está descrito en el sentido de las agujas del reloj y los puntos internos son los que normalmente debemos considerar internos. También en este caso la retroalimentación admisible es ilimitada, puesto que $-1/\lambda$ siempre está fuera del círculo. El $a(t)$ correspondiente a este operador es

$$a(t) = e^{-t/k}/k \tag{4.26}$$

Supongamos de nuevo que

$$A(z) = \left(\frac{1}{1 + kz}\right)^2 \tag{4.27}$$

Entonces la Ec. 4.17 es

$$u + iv = \left(\frac{1}{1 + kiy}\right)^2 = \frac{(1 - kiy)^2}{(1 + k^2y^2)^2} \tag{4.28}$$

y

$$u = \frac{1 - k^2y^2}{(1 + k^2y^2)^2}, \qquad v = \frac{-2ky}{(1 + k^2y^2)^2} \tag{4.29}$$

Lo que nos da

$$u^2 + v^2 = \frac{1}{(1 + k^2y^2)^2} \tag{4.30}$$

o

$$y = \frac{-v}{(u^2 + v^2)2k} \tag{4.31}$$

Luego,

$$u = (u^2 + v^2)\left[1 - \frac{k^2v^2}{4k^2(u^2 + v^2)^2}\right] = (u^2 + v^2) - \frac{v^2}{4(u^2 + v^2)} \qquad (4.32)$$

En las coordenadas polares, si $u = \rho \cos \phi$, $v = \rho$ sen ϕ, esto se convierte en

$$\rho \cos \phi = \rho^2 - \frac{\text{sen}^2\phi}{4} = \rho^2 - \frac{1}{4} + \frac{\cos^2\phi}{4} \qquad (4.33)$$

o

$$\rho - \frac{\cos \phi}{2} = \pm \frac{1}{2} \qquad (4.34)$$

Es decir:

$$\rho^{1/2} = -\text{sen}\,\frac{\phi}{2}, \quad \rho^{1/2} = \cos \frac{\phi}{2} \qquad (4.35)$$

Se demuestra que estas dos ecuaciones representan sólo una curva, una cardioide con el vértice en el origen y la cúspide apuntando a la derecha. El interior de esta curva no contiene ningún punto del eje real negativo y, como en el caso anterior, su amplificación admisible es ilimitada. Aquí el operador $a(t)$ es

$$a(t) = \frac{t}{k^2} e^{-t/k} \qquad (4.36)$$

Supongamos que

$$A(z) = \left(\frac{1}{1 + kz}\right)^3 \qquad (4.37)$$

Supongamos que ρ y φ se definen como en el último caso. Entonces,

$$\rho^{1/3} \cos \frac{\phi}{3} + i\rho^{1/3} \operatorname{sen} \frac{\phi}{3} = \frac{1}{1 + kiy} \tag{4.38}$$

Como en el primer caso, esto nos dará

$$\rho^{2/3} \cos^2 \frac{\phi}{3} + \rho^{2/3} \operatorname{sen}^2 \frac{\phi}{3} = \rho^{1/3} \cos \frac{\phi}{3} \tag{4.39}$$

Es decir:

$$\rho^{1/3} = \cos \frac{\phi}{3} \tag{4.40}$$

que es una curva de la forma indicada en la Fig. 3. La región sombreada representa los puntos internos. Toda retroalimentación con coeficiente superior a 1/8 es imposible. El $a(t)$ correspondiente es

$$a(t) = \frac{t^2}{2k^3} e^{-t/k} \tag{4.41}$$

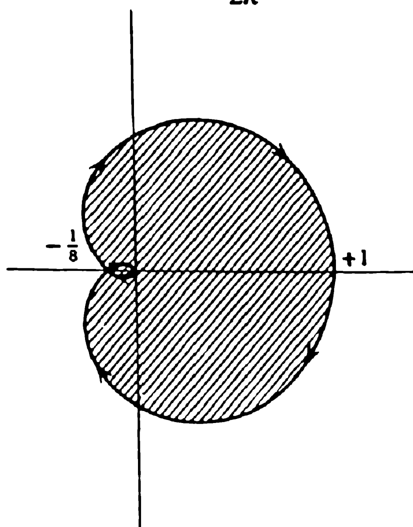


Fig. 3.

Finalmente, supongamos que el operador correspondiente a A es un simple retraso de T unidades de tiempo. Entonces,

$$A(z) = e^{-Tz} \tag{4.42}$$

Entonces,

$$u + iv = e^{-Tiy} = \cos Ty - i \operatorname{sen} Ty \tag{4.43}$$

La curva (Ec. 4.17) será el círculo unitario en torno al origen, descrito en sentido de las agujas del reloj en torno al origen, con velocidad unitaria. El interior de esta curva será el interior en sentido normal y el límite de la intensidad de retroalimentación será 1.

De esto se deriva una conclusión muy interesante. Se puede compensar el operador $1/(1 + kz)$ con una retroalimentación pesada arbitraria, que nos dé un $A/(1 + \lambda A)$ lo más próximo al que queramos para una gama de frecuencia tan grande como queramos. Por lo tanto, se pueden compensar tres operadores consecutivos de esta clase por tres —o incluso dos— retroalimentaciones sucesivas. Sin embargo, no se puede compensar con tanta aproximación como deseemos un operador $1/(1 + kz)^3$, que es el resultado de la composición de tres operadores $1/(1 + kz)$ en cascada, con una sola retroalimentación. El operador $1/(1 + kz)^3$ puede también anotarse de la forma siguiente

$$\frac{1}{2k^2} \frac{d^2}{dz^2} \frac{1}{1 + kz} \tag{4.44}$$

y puede considerarse el límite de la composición aditiva de tres operadores con denominadores de primer grado. Por lo tanto, una suma de distintos operadores, cada uno de los cuales puede compensarse tan correctamente como queramos mediante una retroalimentación simple, no puede compensarse del mismo modo.

En la importante obra de McColl figura un ejemplo de sistema complicado susceptible de ser estabilizado con dos retroalimentaciones, pero no con una. Es el de la dirección de un barco por medio de un girocompás. El ángulo entre el rumbo establecido y el que señala la brújula se traduce en el correspondiente

accionamiento del timón que, debido al avance del buque, provoca un momento de giro que sirve para cambiar la trayectoria de la nave de tal forma que disminuya la diferencia entre la ruta establecida y la ruta real. Esto se efectúa por la apertura directa de las válvulas de uno de los motores de dirección y el cierre de las del otro, de tal manera que la velocidad de giro de la pala sea proporcional a la desviación del rumbo; señalemos que la posición angular de la pala es más o menos proporcional al momento de giro del barco y, por tanto, a su aceleración angular. Por consiguiente, el ángulo de giro del barco es proporcional con un factor negativo a la tercera derivada de la desviación de rumbo, y la operación necesaria para estabilizarla por efecto de retroalimentación del girocompás es kz^3, siendo k positiva. De esta manera obtendremos la curva (Ec. 4.17)

$$u + iv = -kiy^3 \tag{4.45}$$

y, dado que el semiplano izquierdo es la región interna, no existe un servomecanismo capaz de estabilizar el sistema.

En la exposición hemos simplificado ligeramente el problema direccional. En realidad, existe cierta cantidad de fricción, y la fuerza que hace girar al barco no determina la aceleración. Pero, si θ es la posición angular del buque y ϕ la del timón con relación a éste, tendremos

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = c_1\,\phi - c_2\,\frac{d\theta}{dt} \tag{4.46}$$

y

$$u + iv = -k_1 iy^3 - k_2 y^2 \tag{4.47}$$

Podemos anotar esta curva de la siguiente forma

$$v^2 = -k_3 u^3 \tag{4.48}$$

que tampoco puede estabilizarse con ningún servomecanismo. Conforme y va de $-\infty$ a ∞, u va de ∞ a $-\infty$, y el *interior* de la curva se sitúa hacia la izquierda.

Por el contrario, la *posición* del timón es proporcional a la

desviación del rumbo, el operador a estabilizar mediante un servomecanismo es $k_1z^2 + k_2z$, y la Ec. 4.17 se convierte en

$$u + iv = k_1y^2 + k_2iy \qquad (4.49)$$

Esta curva puede escribirse de la siguiente forma

$$v^2 = -k_3u \qquad (4.50)$$

pero, en este caso, conforme y tiende de $-\infty$ a ∞, también lo hace v, y la curva se describe desde $y = -\infty$ hasta $y = \infty$. En este caso el *exterior* de la misma se sitúa a la izquierda y es posible una cantidad ilimitada de amplificación.

Para lograrlo hay que emplear otra fase de retroalimentación. Si regulamos la posición de las válvulas del motor de dirección, no en función de la discrepancia entre el rumbo real y el deseado, sino con arreglo a la *diferencia* entre esta cantidad y la posición angular del timón, mantendremos la posición angular de éste lo más proporcional que deseemos a la desviación del barco del rumbo correcto, siempre que dejemos un margen de retroalimentación suficientemente amplio, es decir, si la apertura de las válvulas es suficiente. Este sistema de control por retroalimentación doble es, en realidad, el que suele adoptarse para la dirección automática en los buques dirigidos por el compás giroscópico.

En el cuerpo humano el movimiento de una mano o de un dedo implica la intervención de un sistema con numerosas articulaciones. La resultante es una combinación vectorial aditiva de las acciones de dichas articulaciones. Hemos visto que, en general, un sistema aditivo complejo como éste no puede estabilizarse mediante una sola retroalimentación. De igual modo la retroalimentación voluntaria con la que regulamos la realización de un acto mediante la observación de la cantidad de movimiento que aún falta para completarlo, requiere el concurso de otras retroalimentaciones. Estas son retroalimentaciones posturales que van asociadas al mantenimiento general del sistema muscular. Es la retroalimentación voluntaria la que muestra tendencia a fallar o averiarse en casos de lesión cerebelosa, ya que el temblor resultante no se hace patente si el paciente no intenta realizar un movimiento voluntario. Este temblor volicional, que impide al

paciente coger un vaso de agua sin derramarlo, es de naturaleza muy distinta al temblor parkinsoniano o parálisis *agitans* cuya manifestación más común se da cuando el paciente está quieto y, de hecho, suele mitigarse notablemente cuando éste realiza un acto concreto. Hay cirujanos afectados por parkinsonismo capaces de operar con bastante precisión. Se sabe que el parkinsonismo no se origina en una lesión cerebelosa, sino que va asociado a un foco patológico en algún lugar del tallo cerebral. Es sólo una de tantas enfermedades de los servomecanismos posturales, muchas de las cuales tienen su origen en defectos de porciones del sistema nervioso localizados en muy diversos sitios. Uno de los principales cometidos de la cibernética fisiológica es desentrañar y localizar con exactitud las distintas partes de ese complejo de servomecanismos voluntarios y posturales. El acto de rascarse y el reflejo de deambulación constituyen ejemplos de componentes reflejos de este tipo.

Cuando la retroalimentación es posible y estable, su ventaja, como ya hemos indicado, es que convierte la realización del acto en algo menos dependiente de la carga. Consideremos que la carga modifica las características A convirtiéndolas en *dA*. El cambio fraccional será dA/A. Si el operador, tras la retroalimentación, es

$$B = \frac{A}{C + A} \tag{4.51}$$

tendremos

$$\frac{dB}{B} = \frac{-d\left(1 + \frac{C}{A}\right)}{1 + \frac{C}{A}} = \frac{\frac{C}{A^2}\, dA}{1 + \frac{C}{A}} = \frac{dA}{A}\, \frac{C}{A + C} \tag{4.52}$$

Por lo tanto, la retroalimentación sirve para disminuir la dependencia del sistema de las características del motor y ayuda a estabilizarlo en todas las frecuencias en que

$$\left| \frac{A - C}{C} \right| > 1 \tag{4.53}$$

Es decir que todo el límite entre los puntos internos y externos debe situarse dentro del círculo de radio C en torno al punto −C. Esto no se cumple ni siquiera en el primero de los casos que hemos expuesto. El efecto de una retroalimentación altamente negativa, aun cuando fuera estable, será incrementar la estabilidad del sistema para frecuencias bajas, pero generalmente a costa de su estabilidad para algunas altas frecuencias. Hay muchos casos en que incluso este grado de estabilidad es útil.

Una cuestión de gran importancia que se plantea en relación con las oscilaciones causadas por una cantidad excesiva de retroalimentación es la de frecuencia de la oscilación incipiente. Esta está determinada por el valor de y en el iy correspondiente al punto del límite de las regiones internas y externas de la Ec. 4.17 lo más alejadas al lado izquierdo del eje negativo u. La cantidad y tiene, por supuesto, naturaleza de frecuencia.

Y llegamos al final de una exposición elemental de las oscilaciones lineales, consideradas desde la perspectiva de la retroalimentación. Un sistema oscilante lineal posee ciertas propiedades muy especiales que caracterizan sus oscilaciones. Una de ellas es que, cuando oscila, siempre *puede* oscilar y muy generalmente *oscila* —si no existen oscilaciones simultáneas independientes— en la forma

$$A \operatorname{sen}(Bt + C)e^{Dt} \qquad (4.54)$$

La existencia de una oscilación periódica no sinusoidal siempre es indicativa, como mínimo, de que la variable observada es una en la que el sistema no es lineal. En algunos casos, aunque son muy pocos, el sistema puede reconvertirse en lineal eligiendo una nueva variable independiente.

Otra diferencia muy significativa entre oscilaciones lineales y no lineales es que, en aquéllas, la amplitud de oscilación es totalmente independiente de la frecuencia, mientras que en éstas suele haber una sola amplitud, o, como máximo, un conjunto discreto de amplitudes para las que el sistema oscila en una determinada frecuencia, así como un conjunto discreto de frecuencias en las que el sistema oscila. Esto queda perfectamente ilustrado si examinamos lo que sucede en un tubo de órgano. Hay dos teorías sobre el tubo de órgano: una lineal rudimentaria y otra no lineal de mayor precisión. En aquélla, se considera al tubo de órgano como un sistema conservador. No se cuestiona

cómo entra en oscilación el tubo, y el nivel de oscilación está totalmente indeterminado. En la segunda teoría, la oscilación del tubo se considera energía disipativa, juzgando que esta energía se origina en la corriente de aire que entra en el tubo. Naturalmente, hay un flujo teórico de aire en estado constante que entra en el tubo, que no intercambia energía con ninguna de las modalidades de oscilación del tubo, pero, para determinadas velocidades de flujo del aire, esta condición de estado constante es inestable. La mínima desviación casual de la misma introduce un impulso de energía en una o más de las modalidades naturales de oscilación lineal del tubo; y, hasta cierto punto, este movimiento aumenta el acoplamiento de las modalidades de oscilación propias del tubo con la entrada de energía. El índice de entrada de energía y el índice de salida de energía por disipación térmica y otras pérdidas tienen distintas leyes de desarrollo, pero, para llegar a un estado estacionario de oscilación, las dos cantidades han de ser idénticas. Por lo tanto, el nivel de oscilación no lineal está determinado tan concretamente como su frecuencia.

El caso que hemos considerado es un ejemplo de lo que se denomina oscilación de relajación, es decir, un caso en el que un sistema de ecuaciones invariantes en un tiempo de traslación nos lleva a una solución periódica —o que corresponde a cierto concepto generalizado de periodicidad— en el tiempo y determinada en amplitud y frecuencia, pero no en fase. En el caso que hemos expuesto, la frecuencia de oscilación del sistema se aproxima a la de alguna parte del sistema casi lineal y de acoplamiento impreciso. B. van der Pol, una de las principales autoridades en oscilaciones de relajación, ha señalado que no siempre sucede así y que, en realidad, hay oscilaciones de relajación en las que la frecuencia predominante no se aproxima a la frecuencia de la oscilación lineal de ninguna parte del sistema. Constituye un ejemplo de ello la corriente de gas que entra en una cámara abierta al aire ambiente en la que hay encendido un piloto: cuando la concentración de gas en el aire alcanza un determinado valor crítico, el sistema puede explotar por ignición a causa de la luz del piloto, y el tiempo que tarda en suceder depende sólo del índice de flujo del gas carbónico, del índice de percolación del aire y los productos de combustión y del porcentaje de composición de la mezcla explosiva gas carbónico/aire.

En general los sistemas de ecuaciones no lineales tienen difícil

solución. Sin embargo, hay un caso particularmente tratable en el que el sistema difiere muy levemente de un sistema lineal, y los términos que lo diferencian cambian tan lentamente que pueden considerarse sustancialmente constantes durante un período de oscilación. En este caso podemos estudiar el sistema no lineal como si se tratara de uno lineal, con parámetros de variación lenta. A los sistemas que admiten esta clase de estudio se los denomina secularmente perturbados, y la teoría de sistemas secularmente perturbados desempeña un papel fundamental en la astronomía gravitatoria.

Es muy posible que algunos temblores fisiológicos puedan tratarse de forma un tanto rudimentaria como los sistemas lineales en perturbación secular. Es fácil entender por qué en tales sistemas el nivel de amplitud del estado constante está tan determinado como la frecuencia. Supongamos que un elemento de este tipo de sistemas es un amplificador cuya ganancia disminuye conforme aumenta un promedio prolongado de su entrada. Entonces, conforme se elabora la oscilación del sistema, la ganancia va reduciéndose hasta alcanzar un estado de equilibrio.

Los sistemas no lineales de oscilaciones de relajación han sido objeto de estudio en ciertos casos con métodos desarrollados por Hill y Poincaré[1]. Los casos clásicos del estudio de este tipo de oscilaciones son aquéllos en los que las ecuaciones de los sistemas son de distinta naturaleza, especialmente aquéllos en los que estas ecuaciones diferenciales son de orden bajo. No existe, que yo sepa, un estudio comparable adecuado de las ecuaciones integrales correspondientes cuando el sistema depende para su comportamiento futuro de todo su comportamiento pasado. Sin embargo, no es difícil esbozar la forma que esta teoría adopta, en particular si sólo buscamos soluciones periódicas. En tal caso, la ligera modificación de las constantes de la ecuación deben conducir a una modificación ligera y, por lo tanto, casi lineal de las ecuaciones de movimiento. Por ejemplo, supongamos que $Op[f(t)]$ es una función de t resultante de una operación no lineal con $f(t)$, y que resulta afectada por una traslación. Entonces, la variación de $Op[f(t)]$, $\delta Op[f(t)]$ correspondiente a un cambio variacional $\delta f(t)$ en $f(t)$ y un cambio conocido en la dinámica del sistema, es lineal pero no homogénea en $\delta f(t)$, aunque no sea

1. Poincaré, H., *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Gauthier Villars et fils, Paris, 1892-1899.

lineal en f(t). Si entonces conocemos una solución de f(t) de

$$Op[f(t)] = 0 \tag{4.55}$$

y cambiamos la dinámica del sistema, obtenemos una ecuación lineal no homogénea para $\delta f(t)$. Si

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n e^{in\lambda t} \tag{4.56}$$

y $f(t) + \delta f(t)$ es también periódica, con arreglo a la forma

$$f(t) + \delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} (a_n + \delta a_n)\, e^{in(\lambda+\delta\lambda)t} \tag{4.57}$$

luego,

$$\delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta a_n e^{i\lambda nt} + \sum_{-\infty}^{\infty} a_n e^{i\lambda nt} in\delta\lambda t \tag{4.58}$$

Las ecuaciones lineales para $\delta f(t)$ tendrán todos los coeficientes desarrollables en series en $e^{i\lambda nt}$, puesto que f(t) puede también desarrollarse en esta forma. De este modo, obtenemos un sistema infinito de ecuaciones lineales no homogéneas en $\delta a_n + a_n$, $\delta\lambda$, y λ, y este sistema de ecuaciones es soluble con los métodos de Hill. En tal caso, es, cuando menos, concebible que, empezando con una ecuación lineal (no homogénea) y desviando gradualmente las restricciones, lleguemos a una solución de un tipo muy general de problema no lineal en las oscilaciones de relajación. Sin embargo, es un trabajo que está por realizar.

Hasta cierto punto los sistemas de control retroalimentables tratados en este capítulo y los sistemas de compensación explicados en el anterior son competidores. Ambos sirven para llevar las complejas relaciones de entrada-salida de un efector a una forma próxima a una simple proporcionalidad. El sistema de retroalimentación, como hemos visto, va más allá y tiene un comportamiento relativamente independiente de las características y cambios de característica del efector empleado. La relativa utilidad de los dos métodos de control depende, por tanto, de la constancia de características del efector. Es natural suponer que

se producen casos en que es ventajoso combinar ambos métodos. Hay varios modos de hacerlo. Uno de los más simples está ilustrado en el esquema de la Fig. 4.

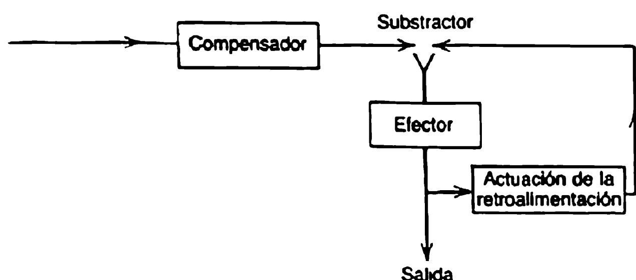


Fig. 4.

En este esquema podemos considerar todo el sistema de retroalimentación como un efector más grande, y no se originan nuevos puntos a condición de disponer el compensador para contrarrestar lo que en cierto sentido es la característica promediada del sistema de retroalimentación. La Fig. 5 es otro esquema de dispositivo.

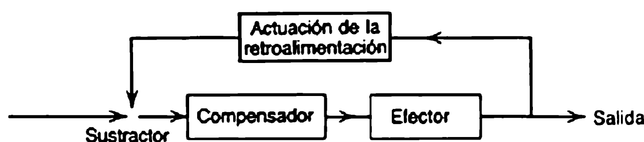


Fig. 5.

En éste, compensador y efector están combinados en un efector más grande. Este cambio suele alterar la retroalimentación máxima admisible y no es fácil ver cómo podría hacerse para aumentar ese nivel a un límite importante. Por otra parte, para el mismo nivel de retroalimentación mejora con toda certeza el funcionamiento del sistema. Si, por ejemplo, el efector presenta una característica fundamentalmente de retraso, el compensador será un anticipador o predictor, diseñado para el conjunto estadístico de impulsos de entrada. La retroalimentación, que denomina-

remos retroalimentación anticipatoria, tenderá a acelerar la acción del mecanismo efector.

Se observan retroalimentaciones de este tipo general en los reflejos humanos y animales. Cuando apuntamos a algo, el error que intentamos minimizar no es el existente entre la posición de la escopeta y la posición real del blanco, sino el que hay entre la posición del arma y la posición anticipada del blanco. Cualquier sistema de artillería antiaérea debe solucionar el mismo problema. Las condiciones de estabilidad y eficacia de las retroalimentaciones anticipatorias requieren una discusión más pormenorizada.

Otra variante interesante de los sistemas de retroalimentación es el modo en que conducimos un coche por una carretera helada. Toda nuestra conducta al pilotar depende del conocimiento de las condiciones de deslizamiento de la superficie de la carretera, es decir, del conocimiento de las características de funcionamiento del sistema coche-carretera. Si esperamos a descubrirlo por medio del funcionamiento ordinario del sistema, nos veremos patinando antes de darnos cuenta. Por lo tanto, imprimimos al volante una serie de impulsos cortos y rápidos que impiden al coche llegar a un deslizamiento importante, pero de magnitud suficiente para que nuestro sentido cinestésico registre si el coche corre riesgo de patinar, y con arreglo a la información regulamos el método de conducción.

Este método de control, que denominamos *control mediante retroalimentación informativa*, admite también una esquematización en su versión mecánica y merece la pena emplearlo en la práctica. Tenemos un compensador del efector, y este compensador posee una característica que puede modificarse desde fuera. Sobreañadimos al mensaje de entrada un débil impulso de entrada de alta frecuencia y sustraemos al impulso de salida del efector un impulso parcial de la misma alta frecuencia, separado del resto del impulso efector por un filtro adecuado. Exploramos las relaciones amplitud-fase del impulso de salida de alta frecuencia con las del impulso de entrada para obtener las características de funcionamiento del efector. Sobre esta base modificamos en sentido adecuado las características del compesador. El cuadro de flujos del sistema correspondería al esquema de la Fig. 6.

Las ventajas de este tipo de retroalimentación radican en que el compensador puede ajustarse a una determinada estabilidad

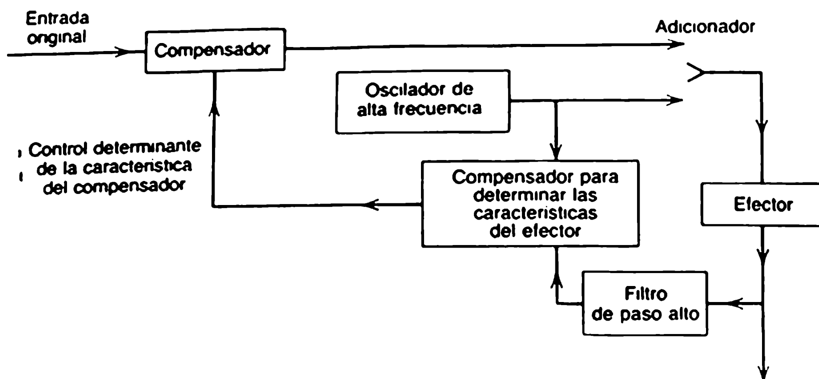


Fig. 6.

para cada tipo de carga constante, y en que, si las características de la carga cambian suficientemente despacio, según lo que denominamos un modo secular, en comparación con los cambios del impulso original de entrada, y si la lectura de la condición de carga es exacta, el sistema no muestra tendencia a entrar en oscilación. Hay muchos casos en que el cambio de carga es secular de esta manera. Por ejemplo, la carga friccional de una torreta de artillería depende del grado de viscosidad de la grasa, y éste a su vez de la temperatura; pero esa viscosidad no cambia apreciablemente en unos cuantos giros de la torreta.

Naturalmente, la retroalimentación informativa sólo funciona bien si las características de la carga a altas frecuencias son las mismas que sus características a bajas frecuencias, o dan una adecuada indicación de éstas.

Así sucederá muchas veces si el carácter de la carga, y por consiguiente el del efector, contiene un número relativamente pequeño de parámetros variables.

Esta retroalimentación informativa y los ejemplos que hemos expuesto de retroalimentación con compensadores son sólo casos particulares de una teoría muy complicada; una teoría, no estudiada exhaustivamente, de un campo en el que se están produciendo rápidos progresos. El futuro le deparará mayor atención.

Antes de finalizar el capítulo, hemos de señalar otra importante aplicación fisiológica del principio de retroalimentación. Tenemos un amplio grupo de casos en los que existe un tipo de

retroalimentación no sólo ilustrada en fenómenos fisiológicos, sino en los que es totalmente esencial para la continuación de la vida, en el caso denominado *homeostasis*. Las condiciones en que puede continuar la vida en los animales superiores, en particular la vida sana, son bastante limitadas. Una variación de medio grado centígrado en la temperatura corporal suele ser signo de enfermedad, y una variación permanente de cinco grados difícilmente es compatible con la vida. La presión osmótica sanguínea y su concentración en iones hidrógeno debe mantenerse dentro de unos límites estrictos. Los productos de desecho del organismo deben ser excretados antes de que alcancen concentraciones tóxicas. Aparte de esto, los leucocitos y las defensas químicas contra la infección deben mantenerse a niveles adecuados: el ritmo cardiaco y la presión sanguínea han de ser ni muy altos ni muy bajos, el ciclo sexual debe adaptarse a las necesidades de reproducción de la especie, el metabolismo del calcio no debe causar debilitación ósea ni calcificación hística, y así sucesivamente. En resumen, nuestro funcionamiento interno requiere una serie de termostatos, controles automáticos de la concentración de iones de hidrógeno, reguladores y dispositivos semejantes, como si de una gran factoría química se tratara. Denominamos a este conjunto mecanismo homeostático.

Estas retroalimentaciones homeostáticas del organismo presentan una diferencia general respecto a los mecanismos de retroalimentación voluntarios y posturales: tienden a aminorar la velocidad. En la homeostasis fisiológica se producen muy pocos cambios —ni siquiera en la anemia cerebral— que causen lesión grave o permanente en una breve fracción de segundo. En consecuencia, las fibras nerviosas especializadas en los procesos homeostáticos —sistemas simpático y parasimpático— no están muchas veces mielinizadas y sabemos que poseen un índice de transmisión notablemente más bajo que las fibras mielinizadas. Los clásicos efectores de la homeostasis —músculo liso y vísceras— son de acción lenta en comparación con los músculos estriados, efectores de la actividad voluntaria y postural. Muchos de los mensajes del sistema homeostático discurren por vías no nerviosas —las anastomosis directas de las fibras musculares cardíacas, o mensajeros químicos como las hormonas, el contenido sanguíneo en dióxido de carbono, etc.— y, salvo en el caso del músculo cardíaco, suelen ser modos de transmisión más lentos que los de las fibras nerviosas mielinizadas.

Cualquier libro de texto sobre cibernética que se precie debe incluir una exposición completa y detallada de los procesos homeostáticos, de los que en la literatura se han expuesto muchos casos particulares con cierto detalle[2]. Pero este libro es más una introducción al tema que un compendio, y la teoría de los procesos homeostáticos requiere un conocimiento muy preciso de la fisiología general para que la expongamos aquí.

2. Cannon, W., *The Wisdom of the Body*, W.W. Norton and Company, Inc., Nueva York, 1932; Henderson, L.J., *The Fitness of the Environment*, The Macmillan Company, Nueva York, 1913.

V

Computadoras y sistema nervioso

Las máquinas computadoras son fundamentalmente aparatos para registrar números, que operan con números y dan resultados en forma de números. Una parte considerable de su coste, tanto en dinero como en esfuerzo constructivo, se reduce al simple problema de registrar números con claridad y exactitud. El modo más simple de hacerlo parece ser la utilización de una escala uniforme, con un tipo de indicador que discurra sobre ella. Si queremos registrar un número con una exactitud de una parte de n, hay que garantizar que, en cada región de la escala, el indicador adopte la posición deseada dentro de esa exactitud. Es decir, para una cantidad de información $\log_2 n$, debe verificarse en cada parte del movimiento de este indicador dicho grado de exactitud, y el coste será de la forma An, estando A no demasiado alejada de una constante. Con mayor propiedad, dado que si establecemos exactamente $n - 1$ regiones, la región remanente también estará determinada con exactitud, el coste de registrar una cantidad de información I será aproximadamente:

$$(2^I - 1)A \qquad (5.01)$$

Dividamos ahora esta información sobre dos escalas, cada una de ellas marcada con menor exactitud. El coste de registrar esta información será aproximadamente

$$2(2^{I/2} - 1)A \qquad (5.02)$$

Si dividimos la información entre N escalas, el coste aproximado será

$$N(2^{I/N} - 1)A \qquad (5.03)$$

Este será mínimo cuando

$$2^{I/N} - 1 = \frac{I}{N} 2^{I/N} \log 2 \qquad (5.04)$$

o si anotamos

$$\frac{I}{N} \log 2 = x \qquad (5.05)$$

cuando

$$x = \frac{e^x - 1}{e^x} = 1 - e^{-x} \qquad (5.06)$$

Esto ocurre sólo y cuando $x = 0$, o $N = \infty$. Es decir, N tiene que ser lo mayor posible para que produzca el menor coste de almacenamiento de la información. Recordemos que $2^{I/N}$ debe ser una integral, y que 1 no es un valor significativo, ya que entonces tenemos un número infinito de escalas que no contienen ninguna información. El mejor valor significativo para $2^{I/N}$ es 2, en cuyo caso registramos el número sobre un número de escalas independientes divididas en dos partes iguales. En otras palabras, representamos los números en sistema binario sobre un número de escalas en las que todo lo que sabemos es que determinada cantidad se sitúa en una u otra de las porciones iguales de la escala, y en la que la probabilidad de un conocimiento imperfecto en cuanto a qué mitad de la escala contiene la observación se convierte en algo negligible. En otras palabras, representamos un número v en la siguiente forma:

$$v = v_0 + \frac{1}{2} v_1 + \frac{1}{2^2} v_2 + \dots + \frac{1}{2_n} v_n + \dots \qquad (5.07)$$

en donde cada v_n es 1 ó 0.

Actualmente existen dos clases principales de máquinas computadoras: las que llevan un analizador diferencial de Bush[1], denominadas *analógicas*, y en las que los datos están representados por medidas sobre una determinada escala continua para que la

1. «Journal of the Franklin Institute», diversas comunicaciones a partir de 1930.

exactitud de la máquina quede determinada por la exactitud de construcción de la escala, y las denominadas *numéricas*, como son las máquinas corrientes de sumar y multiplicar, en las que los datos están representados por un conjunto de elecciones entre un número de contingencias, y la exactitud viene determinada por la claridad de diferenciación de las contingencias, el número de contingencias posibles presentes en cada elección y el número de elecciones dado. Opinamos que, para trabajos de gran exactitud, son preferibles las máquinas numéricas y en particular las máquinas numéricas construidas con arreglo a la escala binaria, en las que el número de alternativas presentes en cada elección es 2. La utilización de las máquinas con escala decimal está estrictamente condicionada por el accidente histórico de que la escala de diez, basada en nuestros dedos de manos y pies, ya se usaba cuando los hindúes hicieron el gran descubrimiento de la importancia del cero y de la ventaja de un sistema de notación posicional. Vale la pena usarla cuando gran parte del trabajo a efectuar con ayuda de la máquina consista en la transcripción de números en la forma decimal convencional paia obtener con ella números escritos en la misma forma convencional.

Este es, de hecho, el empleo de la computadora corriente de sobremesa utilizada en bancos, oficinas y numerosos laboratorios de estadística, pero no es el mejor modo de utilización de las máquinas mayores y más automáticas; en general, el motivo de la utilización de cualquier computadora es que los métodos maquinizados son más rápidos que los manuales. En cualquier caso de empleo combinado de medios de computación, como sucede en cualquier reacción química combinatoria, es el más lento el que da el orden de magnitud de las constantes temporales de todo el sistema. Por lo tanto, es ventajoso en la medida de lo posible eliminar el elemento humano de cualquier cadena de computación laboriosa para introducirlo únicamente en donde sea absolutamente indispensable, al principio y al final. En tales condiciones, vale la pena disponer de un instrumento para el cambio de notación de escala, utilizable al principio y al final en la cadena de computaciones, y realizar todos los procesos intermedios en escala binaria.

Por consiguiente, la computadora ideal debe tener introducidos todos los datos al principio y estar lo más desvinculada posible de la intervención humana hasta el final. Esto significa que no sólo hay que introducir los datos numéricos al principio, sino

también todas las reglas combinatorias en forma de instrucciones que cubran cualquier situación que pueda producirse durante el proceso de computación. Por lo tanto, la computadora debe ser una máquina lógica y a la vez aritmética que combine las contingencias con arreglo a un algoritmo sistemático. Aunque hay muchos algoritmos que *pueden* emplearse en las contingencias combinadas, el más simple es el álgebra de lógica *par excellence*, o álgebra de Boole. Este algoritmo, al igual que la aritmética binaria, se basa en la dicotomía, la opción entre el *sí* y el *no*, la elección entre pertenecer a una clase o estar fuera de ella. Los motivos de su superioridad con respecto a otros sistemas son de igual naturaleza que los de la superioridad de la aritmética binaria con respecto a las otras aritméticas.

Por lo tanto, todos los datos, numéricos o lógicos, introducidos en la máquina, deben adoptar la forma de un conjunto de opciones entre dos alternativas, y todas las operaciones que se realicen con los datos adoptan la forma de elaboración de un conjunto de nuevas opciones dependientes de un conjunto de opciones anteriores. Si sumo dos números de un dígito A y B, obtengo un número de dos dígitos que empieza por 1, si A y B son 1, y que, en caso contrario, empieza por 0. El segundo dígito es 1 si A $\neq$ B, y en caso contrario es 0. La suma de números de más de un dígito sigue un proceso similar aunque de reglas más complejas. La multiplicación en el sistema binario, de igual modo que en el decimal, puede reducirse a la tabla de multiplicar y a la adición de números, y las reglas de multiplicación de números binarios adoptan la simple forma peculiar de la tabla

x	0	1
0	0	0
1	0	1

(5.08)

Por lo tanto, la multiplicación es un método simple para determinar un conjunto de nuevos dígitos a partir de anteriores dígitos.

En el aspecto lógico, si *0* es una decisión negativa y *I* una positiva, cada operación se deriva de tres: *negación*, que transforma *I* en *0* y *0* en *I*; *adición lógica*, según la tabla

⊕	0	I
0	0	I
I	I	I

y *multiplicación lógica,* con la misma tabla de multiplicación numérica del sistema (1,0), es decir

⊙	0	I
0	0	0
I	0	I

(5.10)

Es decir, que cada contingencia que se produzca durante la operación de la máquina no requiere más que un nuevo conjunto de opciones de contingencias *I* y *0*, condicionadas con arreglo a un conjunto fijo de reglas sobre las decisiones ya efectuadas. En otras palabras, la estructura de la máquina es la de un banco de relés, capaz cada uno de ellos de condiciones, «conectado» y «desconectado», pongamos por caso; mientras que a cada fase los relés asumen independientemente una posición dictada por la fase de la operación anterior. Estas fases de operación pueden «desencadenarlas» concretamente un reloj o relojes centrales, o la acción de cada relé puede quedar retenida hasta que todos los relés que hayan intervenido previamente en el proceso cumplan todos los pasos necesarios.

Los relés que se utilizan en una computadora pueden ser de muy distinto tipo: puramente mecánicos o electromecánicos, como en el caso del relé solenoide cuya armadura permanece en una de las dos posibles posiciones de equilibrio hasta que el impulso apropiado lo acciona hacia el lado contrario, o pueden ser sistemas puramente eléctricos con dos posiciones de equilibrio alternativas, en forma de tubos llenos de gas o, lo que es mucho más rápido, tubos de vacío. Los dos estados posibles de un sistema de relés pueden ser estables cuando no existen interferencias externas o sólo uno estable y el otro transitorio. Siempre en el segundo caso, y generalmente en el primero, es deseable disponer de un aparato especial que retenga el impulso que tiene que actuar en un tiempo futuro y evite el atasco del sistema que llega a producirse si uno de los relés se limita a repetirse indefinidamente. Sin embargo, hablaremos más adelante de esta cuestión de la memoria.

Un hecho relevante es que los sistemas nerviosos humano y animal, que, como sabemos, son capaces de funcionar como un sistema de computación, contienen elementos idealmente adecuados para actuar como relés. Estos elementos son las deno-

minadas *neuronas* o células nerviosas, que, aunque muestran unas propiedades bastante complejas bajo la influencia de corrientes eléctricas, en su funcionamiento fisiológico ordinario se ajustan mucho al principio «todo o nada», es decir, que están en reposo o que, cuando se «disparan», pasan por una serie de cambios casi independientes de la naturaleza e intensidad del estímulo. Primero se produce una fase activa, transmitida de un extremo a otro de la neurona con una velocidad determinada, y a ésta sucede un período refractario durante el cual la neurona es incapaz de ser estimulada o, en cualquier caso, incapaz de ser estimulada por ningún proceso fisiológico normal. Al final de este período de resistencia, el nervio permanece inactivo, pero puede volver a activarse por efecto de estímulos.

Por lo tanto, podemos considerar el nervio como un relé con dos estados principales de actividad: disparo y reposo. Dejando aparte las neuronas que reciben mensajes de los terminales libres u órganos sensoriales terminales, cada neurona recibe su mensaje transmitido por otras neuronas con las que entra en contacto a través de unos puntos denominados *sinapsis.* Para una determinada neurona eferente, éstas varían desde unas cuantas hasta varios centenares. Es el estado de estos impulsos de entrada en las distintas sinapsis, combinado con el estado antecedente de la propia neurona eferente, lo que determina si se disparará o no. Si no va a dispararse ni es refractaria, y el número de las sinapsis aferentes que se «disparan» dentro de un intervalo de fusión muy breve sobrepasa un determinado umbral, la neurona se dispara al cabo de un retraso sináptico concreto, bastante constante.

Quizá sea una simplificación excesiva del proceso, ya que el «umbral» no depende simplemente del número de sinapsis, sino de su «peso» y de las relaciones geométricas recíprocas con arreglo a la neurona a que alimentan; aparte de que existen pruebas convincentes de la existencia de otro tipo de neuronas, las denominadas «sinapsis inhibitorias» que impiden totalmente el disparo de la neurona eferente o, en cualquier caso, incrementan su umbral en relación con la estimulación de las sinapsis comunes. Sin embargo, lo que está claro es que algunas combinaciones concretas de impulsos de las neuronas aferentes, que tienen conexiones sinápticas con una determinada neurona, la hacen dispararse, mientras que otras no la activan. Esto no significa que no haya otras influencias no neurónicas, quizá de naturaleza humoral, que producen cambios lentos, seculares, tendentes a mo-

dificar el patrón de impulsos de entrada adecuado para la activación.

Una importante función del sistema nervioso y, como hemos dicho, una función que es igualmente imperativa en las computadoras, es la de *memoria* o capacidad para conservar los resultados de operaciones anteriores para utilizarlos *a posteriori*. Veremos cómo la utilización de la memoria es muy polivalente, y es improbable que un mecanismo simple satisfaga tal variedad. En primer lugar, tenemos la memoria necesaria para llevar a cabo un proceso corriente, como la multiplicación, en el que los resultados intermedios no sirven una vez acabado el proceso, y en el que el aparato que se emplea debe quedar libre para uso futuro. Esta clase de memoria requiere un registro rápido, lectura rápida y cancelación rápida. Por otra parte, tenemos la memoria programada para que forme parte de los archivos, el registro permanente, de la máquina o del cerebro, y para que sirva de fundamento a todo el comportamiento futuro, al menos durante un determinado programa. Señalaremos entre paréntesis que una diferencia importante entre el modo en que utilizamos el cerebro y la máquina, es que ésta está proyectada para muchos procesos consecutivos aunque no estén relacionados entre sí, o tengan una relación mínima limitada, y que de un proceso a otro puede borrarse, mientras que el cerebro nunca borra durante la vida ni siquiera aproximadamente los registros pasados. Por lo tanto, el cerebro, en condiciones normales, no es un equivalente exacto de la computadora, sino más bien el equivalente de un programa de dicha máquina. Más adelante veremos que esta observación tiene gran importancia en psicopatología y psiquiatría.

Volviendo al problema de la memoria, un método muy satisfactorio para construir una memoria a corto plazo consiste en mantener una secuencia de impulsos discurriendo en torno a un circuito cerrado hasta que éste queda cancelado por una intervención externa. Hay indicios convincentes de que esto es lo que sucede en el cerebro durante la retención de los impulsos que se producen durante lo que se denomina presente engañoso. Este método ha sido imitado en varios dispositivos utilizados en las computadoras, o al menos se han sugerido para usarlos. Hay dos requisitos deseables en este tipo de aparatos retentores: el impulso debe transmitirse por un medio en el que no sea muy difícil lograr un retraso temporal considerable, y que antes de que los errores intrínsecos del instrumento lo perturben demasiado, el

impulso se reconstruya de una forma lo más precisa posible. El primer requisito tiende a eliminar los retrasos producidos por la transmisión de luz, o incluso en muchos casos, por los circuitos eléctricos, favoreciendo a la vez el empleo de una u otra modalidad de vibraciones elásticas; en realidad, estas vibraciones se han utilizado para este propósito en computadoras. Si los circuitos eléctricos se utilizan para producir retrasos, el retraso producido en cada fase es relativamente breve; o bien, como sucede en todos los tipos de aparato lineal, la deformación del mensaje es acumulativa y muy pronto se hace intolerable. Para evitarlo entra en juego otra consideración: hay que insertar en algún punto del ciclo un relé que no sirva para repetir la forma del mensaje de entrada, sino más bien para despachar un nuevo mensaje de forma preestablecida. Esto se efectúa muy fácilmente en el sistema nervioso, en el que toda la transmisión es más o menos un fenómeno de disparo. En la industria eléctrica se conocen hace tiempo distintos tipos de aparatos que funcionan de este modo y que se emplean en los circuitos telegráficos. Se llaman *repetidores de tipo telegráfico,* y la gran dificultad para su uso en memorias de largas duración es que tienen que funcionar sin fallos durante un número enorme de ciclos consecutivos de operación. Su efectividad es fantástica: en un tipo de aparato diseñado por Williams, de la Universidad de Manchester, un dispositivo de este tipo con un retraso unitario del orden de una centésima de segundo ha funcionado bien durante varias horas. Lo más notable es que el aparato no se empleó estrictamente para preservar una opción simple de «sí» o «no», sino una operación de miles de opciones.

Al igual que otras modalidades de aparatos destinados a retener gran número de decisiones, éste funciona según el principio del «barrido». Uno de los métodos más sencillos de almacenar información en un tiempo relativamente breve es uno similar a la carga de un condensador y, si lo complementamos con un repetidor de teletipo, constituye un método de almacenamiento adecuado. Para la utilización óptima de los aparatos conectados a este sistema de almacenamiento, es deseable la conexión sucesiva y muy rápida de uno u otro condensador. El método más frecuente consiste en aplicar la inercia mecánica, lo cual nunca se presta a velocidades muy altas. Es mejor utilizar muchos condensadores que llevan una placa formada por una pequeña pieza de metal incrustada en un dieléctrico, o la superficie mal aislada

del propio dieléctrico, mientras que uno de los conectores de estos condensadores es un haz de rayos catódicos accionado por los condensadores y magnetos de un circuito de barrido con recorrido similar al de un arado en un campo de labor. Hay varias elaboraciones del método utilizado de forma un tanto distinta por la Radio Corporation of America antes de que lo usara el Sr. Williams.

Estos últimos métodos de almacenamiento de información pueden retener un mensaje durante un tiempo bastante sustancioso, y tal vez durante un período de tiempo comparable a la vida humana. Para registros más permanentes hay numerosas alternativas. Dejando aparte métodos tan voluminosos, lentos e incancelables como el de las tarjetas y cintas perforadas, existe la cinta magnética y sus perfeccionamientos modernos, en los que se ha eliminado notablemente la tendencia a la dispersión de los mensajes almacenados; sustancias fosforescentes y, sobre todo, la fotografía. La fotografía es ideal para la perdurabilidad y detalle de los registros, ideal desde el punto de vista de la brevedad de exposición necesaria para registrar una observación, pero presenta dos graves inconvenientes: el tiempo necesario para el revelado, que se ha reducido a unos segundos, sin que por ello sea lo bastante corto para que esta tecnología sea adecuada para la memoria a corto plazo y (actualmente [1947]) el hecho de que un registro fotográfico no es susceptible de borrado rápido y sustitución por un nuevo registro. Los laboratorios Eastman han tratado estos problemas y es posible que hayan encontrado una solución.

Muchos de los métodos de almacenamiento de la información que hemos expuesto tienen en común un importante elemento físico. Dependen de sistemas con alto grado de degeneración cuántica o, en otras palabras, con un gran número de modos de vibración de la misma frecuencia. Esto es irrebatible en el caso del ferromagnetismo y también en los materiales con una constante dieléctrica excepcionalmente alta, por lo que son particularmente útiles para emplearlos en los condensadores para el almacenamiento de la información. También la fosforescencia es un fenómeno asociado a un alto grado de degeneración cuántica, y el mismo tipo de efectos se da en el proceso fotográfico, debido a que muchas de las sustancias del revelado poseen bastante resonancia interna. La degeneración cuántica va asociada a la capacidad para inducir a pequeñas causas a producir efectos apre-

ciables y estables. Ya hemos visto en el capítulo II que las sustancias con alto grado de degeneración cuántica van asociadas a muchos de los problemas del metabolismo y la reproducción. Probablemente no es accidental que en el caso del entorno no biótico los hallemos asociados a una tercera propiedad fundamental de la materia viva: la capacidad para recibir y organizar los impulsos haciéndolos eficaces en el mundo externo.

Hemos visto en el caso de la fotografía y procesos similares que se puede almacenar un mensaje en forma de una alteración permanente de ciertos elementos del almacenaje. Al reinsertar la información en el sistema, es necesario inducirlo para que esos cambios afecten a los mensajes que discurren por él. Una de las formas más sencillas de hacerlo es disponer de partes a guisa de elementos variables de almacenamiento que normalmente ayudan a la transmisión de mensajes, y de tal naturaleza que el cambio de su carácter causado por el almacenamiento afecte al modo de transmisión de los mensajes en todo el futuro. En el sistema nervioso las neuronas y las sinapsis son elementos de este tipo, y es muy plausible que la información quede almacenada durante largos períodos de tiempo merced a cambios en el umbral neuronal o, por efecto de lo que podemos considerar otro modo de decir lo mismo, cambios en la permeabilidad de cada sinapsis a los mensajes. No somos pocos los que pensamos, a falta de una mejor explicación del fenómeno, que el almacenamiento de información en el cerebro pueda producirse de este modo. Es concebible que este almacenamiento se lleve a cabo al abrirse nuevas vías o cerrarse las antiguas. Por lo visto está bien establecido que no se forman neuronas en el cerebro después del nacimiento. Es posible, aunque no seguro, que no se formen nuevas sinapsis, y es una conjetura plausible que los cambios principales de umbral en los procesos memorísticos sean incrementos. En tal caso, toda nuestra vida seguiría el modelo de *La piel de zapa* de Balzac, y los procesos de aprendizaje y recordación agotarían nuestra capacidad de aprendizaje y rememoración hasta que la vida despilfarrara nuestra capacidad vital. Podría perfectamente ocurrir este fenómeno y sería una posible explicación a un tipo de senilidad. Sin embargo, el auténtico fenómeno de la senilidad es demasiado complejo para ajustarse a esta simple explicación.

Hemos hablado ya de la computadora y, en consecuencia, del cerebro en tanto que máquina lógica. No es nada banal considerar la luz que arrojan sobre la lógica estas máquinas, naturales

y artificiales. La obra capital al respecto es el trabajo de Turing[2]. Hemos dicho antes que la *machina racionatrix* no es más que el *calculus ratiocinator* de Leibniz con un motor interno; y del mismo modo que la lógica matemática moderna se inicia con ese cálculo, es inevitable que el actual progreso en ingeniería arroje una nueva luz sobre la lógica. La ciencia actual es operativa, es decir, considera cada afirmación como fundamentalmente sujeta a posibles experimentos de procesos observables. Con arreglo a ello, el estudio de la lógica debería reducirse al estudio de la máquina lógica, nerviosa o mecánica, con todas sus limitaciones e imperfecciones inevitables.

Puede que algunos lectores piensen que con esto reducimos la lógica a la psicología, y aduzcan que ambas ciencias son distintas tanto a nivel de observación como de demostración. Esto es cierto en el sentido de que muchos estados psicológicos y secuencias de razonamiento no siguen las reglas de la lógica. La psicología encierra muchas cosas ajenas a la lógica, pero —y esto es lo importante— cualquier lógica que tenga sentido para nosotros no puede encerrar nada que la mente humana —y por lo tanto, el sistema nervioso humano— no sea capaz de comprender. *Toda lógica tiene sus límites en las restricciones de la mente humana cuando se entrega a la actividad denominada razonamiento lógico.*

Dedicamos, por ejemplo, gran parte de las matemáticas a discusiones en las que entra el infinito, pero estas argumentaciones y sus pruebas correspondientes no son realmente infinitas. Ninguna demostración admisible implica más de un número finito de pasos. Cierto que una demostración de inducción matemática *parece* implicar una infinidad de pasos, pero es una apariencia. De hecho no implica más que los pasos siguientes:

1. P_n es una proposición que implica el número n.
2. P_n está demostrado para $n = 1$.
3. Si P_n es cierto, P_{n+1} es cierto.
4. Por lo tanto, P_n es cierto para toda integral positiva n.

Es cierto que en alguna parte de nuestras asunciones lógicas

2. Turing, A.M., «On Computable Numbers with and Application to the Entscheidungsproblem», *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, *42*, 230-265 (1936). Véase también el n.° 124 de la colección Cuadernos Infimos (y 7 de la Serie Metatemas), Tusquets Editores, Barcelona, 1984.

debe haber una que avale esta argumentación. Sin embargo, esta inducción matemática es muy distinta a la inducción completa sobre un conjunto infinito. Lo mismo es cierto para formas más refinadas de inducción matemática, tales como la inducción transfinita que se da en ciertas disciplinas matemáticas.

Por lo tanto, se producen situaciones muy interesantes, en las que podemos —con tiempo suficiente y suficiente ayuda computacional— demostrar cada caso concreto de un teorema P_n, pero, si no hay un método sistemático para someter esas pruebas a una argumentación simple independiente de *n*, tal como se hace en la inducción matemática, puede ser imposible demostrar P_n *para todos los n*. Esta contingencia se produce en las denominadas metamatemáticas, la disciplina tan brillantemente desarrollada por Godel y su escuela.

Una prueba representa un proceso lógico con el que se ha llegado a una conclusión definitiva en un número finito de fases. Sin embargo, una máquina lógica, siguiendo reglas concretas, no tiene por qué llegar a una conclusión. Puede seguir funcionando durante fases distintas sin parar jamás, describiendo un patrón de actividad de complejidad creciente continua, o entrando en un proceso repetitivo como el final de una partida de ajedrez en el que hubiera un ciclo continuo de jaque perpetuo. Esto ocurre en el caso de algunas de las paradojas de Cantor y Russell. Consideremos las clases de todas las clases que no son miembros de sí mismas. ¿En esta clase miembro de sí misma? Si lo es, no es desde luego miembro de sí misma, y si no lo es, seguro que es miembro de sí misma. Una máquina, para responder a esta pregunta, nos dará las respuestas sucesivas transitorias: «sí», «no», «sí», «no» y así sucesivamente sin jamás alcanzar el equilibrio.

La solución de Bertrand Russell a sus propias paradojas consistía en añadir a cada afirmación una cantidad, denominada tipo, que sirve para diferenciar lo que parece ser formalmente la misma afirmación con arreglo al carácter de los objetos a que ésta se refiere —independientemente de que sean «cosas» en el sentido más simple, clases de «cosas», clases de clases de «cosas», etc. El método con el que resuelve la paradoja consiste también en aplicar un parámetro a cada afirmación, siendo este parámetro el momento en que se afirma. En ambos casos introducimos lo que podemos denominar un parámetro de uniformización para resolver una ambigüedad que solamente se debe a haber prescindido de dicho parámetro.

Por lo tanto, vemos que la lógica de la máquina se parece a la lógica humana y, según Turing, podemos emplearla para arrojar luz sobre la lógica humana. ¿Posee la máquina, además, esa otra característica eminentemente humana, que es la capacidad de aprender? Para comprobar que también puede poseer esta propiedad, consideremos dos conceptos estrechamente relacionados: el de asociación de ideas y el de reflejo condicionado.

La escuela empírica filosófica inglesa, desde Locke a Hume, consideraba que la mente constaba de determinadas entidades que Locke denomina ideas y los autores ulteriores ideas e impresiones. Se suponía que las ideas o impresiones más simples existían en una mente puramente pasiva, tan exenta de la influencia sobre las ideas contenidas como un encerado limpio respecto a los símbolos que en él se escriban. Merced a cierta clase de actividad interna, que a duras penas podríamos calificar de fuerza, se suponía que estas ideas se unían formando haces, con arreglo a los principios de similitud, contigüidad y causa y efecto. Quizás el más importante de estos efectos fuera el de contigüidad: se suponía que las ideas o impresiones que muchas veces se habían producido simultáneamente en el tiempo o en el espacio, habían adquirido la propiedad de evocarse mutuamente, de forma que la presencia de una de ellas evocaba a todo el haz.

Todo este proceso implica una dinámica, pero la idea de dinámica aún no había pasado de la física a las ciencias biológicas y psicológicas. El biólogo tradicional del siglo XVIII está representado por Linneo, coleccionista y taxonomista, con un punto de vista bastante opuesto al de los evolucionistas, fisiólogos, genetistas y embriólogos experimentales contemporáneos. En efecto, difícilmente podría haber sido distinta la actitud intelectual de los biólogos con tantas cosas de la naturaleza sin esclarecer. De igual modo, en psicología, el concepto de contenido mental dominaba al de proceso mental. Puede que fuera una supervivencia del énfasis escolástico en las sustancias, en un mundo en que el sustantivo estaba hipostasiado y el verbo tenía poco o ningún peso. No obstante, el paso de estas ideas estáticas al punto de vista más dinámico actual, como queda ilustrado en los trabajos de Pavlov, es perfectamente claro.

Pavlov trabajó mucho más con animales que con hombres, y comunicó acciones visibles y no estados mentales introspectivos. Descubrió que en los perros la visión de comida causa incremento de insalivación y de secreción de jugos gástricos y que, si

se le muestra al perro otro objeto al enseñarle la comida y nada más que en ese momento, la visión de dicho objeto cuando no hay comida adquiere la propiedad de estimular la secreción salivar o de jugo gástrico. La unión por contigüidad, observada por Locke introspectivamente en el caso de las ideas, se convierte en una unión similar de patrones de comportamiento.

Pero hay una importante diferencia entre el punto de vista de Pavlov y el de Locke, y ello se debe precisamente al hecho de que Locke considera ideas y Pavlov patrones de acción. Las respuestas observadas por Pavlov tienden a desarrollar un proceso hasta una conclusión favorable o a evitar una catástrofe. La insalivación es importante para la deglución y la digestión, mientras que la evitación de lo que cabe considerar un estímulo doloroso tiende a proteger al animal de una lesión corporal. Por eso interviene en el reflejo condicionado algo que podríamos denominar *tono afectivo*. No hay que asociarlo necesariamente con nuestras sensaciones de placer y dolor, ni asociarlo en abstracto con la ventaja del animal. Lo esencial es lo siguiente: que el tono afectivo está dispuesto en una especie de escala desde el «dolor» negativo hasta el «placer» positivo; que durante mucho tiempo o permanentemente un incremento del tono afectivo favorece todos los procesos del sistema nervioso que en ese momento estén desarrollándose y les dota de una potencia secundaria para incrementar el tono afectivo; y que una disminución del tono afectivo tiende a inhibir todos los procesos en curso en ese momento y les confiere una potencia secundaria para disminuir el tono afectivo.

Biológicamente hablando, por supuesto, debe producirse un tono afectivo mucho mayor predominantemente en situaciones favorables a la perpetuación de la especie, o del individuo, y un tono afectivo mucho menor en situaciones no favorables a dicha perpetuación o de carácter desastroso. A cualquier especie que no se ajuste a estos requisitos le sucederá lo que a la mariposa «Pan-con-mantequilla»* de Lewis Carroll y morirá. No obstante, hasta una especie condenada exhibe un mecanismo válido mientras dura la especie. En otras palabras, hasta la disminución más suicida de tono afectivo produce un patrón concreto de conducta.

Obsérvese que el mecanismo del tono afectivo es en sí un mecanismo de retroalimentación, que incluso podemos representar según el esquema de la Fig. 7.

* Véase *Al otro lado del espejo y lo que Alicia encontró allí*. (N. del T.)

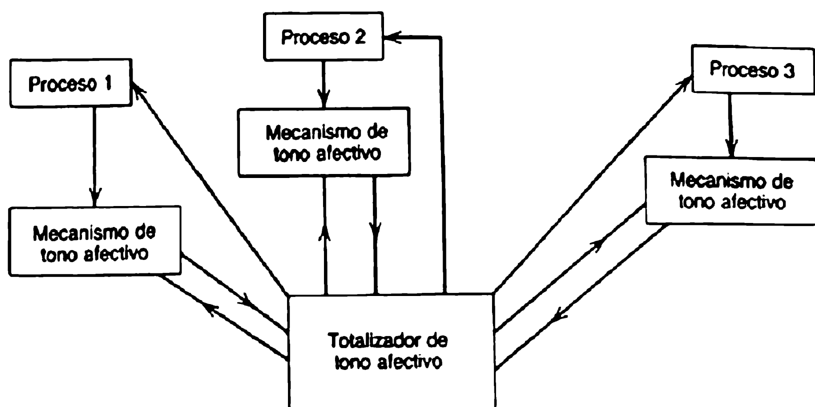


Fig. 7.

Aquí el totalizador del tono afectivo se combina con los tonos afectivos dados por los mecanismos autónomos de tono afectivo durante un breve intervalo pasado con arreglo a cierta regla que no es necesario especificar ahora. Las conducciones de retorno a los mecanismos individuales de tono afectivo sirven para modificar el tono afectivo intrínseco de cada proceso en dirección de la salida del totalizador, y esta modificación permanece hasta que se modifica por efecto de mensajes ulteriores del totalizador. Las derivaciones que van del totalizador a los mecanismos del proceso sirven para disminuir los umbrales si aumenta el tono afectivo total y para aumentarlos si éste disminuye. También ejercen un efecto a largo plazo que persiste hasta que resulta modificado por efecto de otro impulso del totalizador. Sin embargo, este efecto duradero se limita a aquellos procesos que ya están en curso en el momento en que llega el mensaje de vuelta, y esta limitación es también aplicable a los efectos que experimentan los mecanismos individuales de tono afectivo.

Quiero poner de relieve que no estoy afirmando que el proceso del reflejo condicionado opere con arreglo al mecanismo que acabo de exponer; simplemente digo que *podría* operar así. Sin embargo, si asumimos éste o un mecanismo parecido, podemos decir unas cuantas cosas interesantes al respecto. Una de ellas es que se trata de un mecanismo capaz de aprender. Está establecido que el reflejo condicionado es un mecanismo de aprendizaje, y la idea se ha aplicado a los estudios conductistas

sobre el aprendizaje de ratas dentro de un laberinto. Lo único necesario es que la inducción punitiva que se utilice tenga respectivamente un tono afectivo positivo y negativo. Así se ha hecho y el experimentador aprende la naturaleza de este tono afectivo por experiencia y no por consideraciones *a priori*.

Otro punto de notable interés es que este mecanismo implica un determinado conjunto de mensajes que generalmente discurren hacia el sistema nervioso en dirección a todos los elementos que están en disposición de recibirlos. Estos son los mensajes de retorno del totalizador de tono afectivo y, hasta cierto punto, los mensajes de los mecanismos de tono afectivo que van a los totalizadores. Efectivamente, no es necesario que el totalizador sea un elemento aparte, sino que es suficiente con que represente algún efecto combinatorio natural de mensajes que llegan de los mecanismos individuales de tono afectivo. Ahora bien, esos mensajes «a quien corresponda» pueden ser enviados con perfecta eficacia y mínimo coste en aparato, por canales distintos a los nerviosos. De igual modo el sistema de comunicación ordinaria de una mina es el de una centralita telefónica con sus conexiones y supletorios correspondientes, pero, si se desea evacuarla rápidamente, no se confía en ese sistema, sino que se rompe un tubo de mercaptán en la toma de aire. Los mensajeros químicos de esta clase, o los de tipo hormonal, son los más sencillos y eficaces para la transmisión de mensajes no dirigidos a un receptor específico. De momento permítaseme entrar en el terreno de la fantasía. El contenido altamente emocional y, por consiguiente, afectivo de la actividad hormonal es muy sugerente. Esto no significa que un mecanismo estrictamente nervioso no sea capaz de tono afectivo y de aprender; lo que quiere decir es que, en el estudio de este aspecto de nuestra actividad mental, no podemos permitirnos permanecer ciegos a las posibilidades de la transmisión hormonal. Puede que sea una extremada fantasía vincular este concepto al hecho de que, en las teorías de Freud, la memoria —la función de acopio del sistema nervioso— esté relacionada con las actividades sexuales. El sexo, por un lado, y todo el contenido afectivo, por otro, contienen un elemento hormonal muy acentuado. Esta sugerencia de la importancia del sexo y las hormonas se la debo al Dr. J. Lettvin y al Sr. Oliver Selfridge. Aunque actualmente no contamos con pruebas, en principio no es una teoría totalmente absurda.

Nada hay en la naturaleza de la computadora que nos impida

demostrar reflejos condicionados. Recordemos que una computadora en acción es algo más que la simple concatenación de relés y mecanismos de almacenamiento con los que la ha dotado el diseñador, puesto que también posee el contenido de sus mecanismos almacenadores, y este contenido nunca se cancela totalmente durante un solo proceso. Ya hemos visto que es más bien el proceso y no la existencia total de la estructura mecánica de la computadora lo que corresponde a la vida del individuo. También hemos visto que en la máquina computadora nerviosa es muy altamente probable que la información se almacene fundamentalmente a modo de cambios de permeabilidad de la sinapsis, y es perfectamente viable construir máquinas artificiales en las que la información se almacene de esta manera. Es perfectamente posible, por ejemplo, hacer que cualquier mensaje que vaya a almacenarse transforme de un modo permanente o semipermanente la polarización negativa de uno de los tubos de vacío de un conjunto, alterando con ello el valor numérico de la adición de impulsos capaz de provocar el disparo del tubo o tubos.

Quizás corresponda al ingeniero y no a un libro de divulgación como éste la explicación pormenorizada de los aparatos de aprendizaje insertos en máquinas computadoras y de control y los usos que de ello puede hacerse, y será preferible dedicar el resto del capítulo a los empleos normales más desarrollados de las computadoras modernas. Uno de los principales es la solución de ecuaciones diferenciales parciales. Incluso las ecuaciones diferenciales parciales lineales requieren el registro de una masa ingente de datos, ya que de los datos depende la exacta descripción de las funciones de dos o más variables. Con las ecuaciones de tipo hiperbólico, como la ecuación ondular, el problema clave es el de la resolución de la ecuación conociendo los datos iniciales, lo que puede efectuarse de un modo progresivo a partir de los datos iniciales hasta llegar a los resultados en un determinado momento ulterior. Esto es fundamentalmente cierto también en las ecuaciones de tipo parabólico. Cuando se trata de ecuaciones de tipo elíptico, en las que los datos naturales son valores limítrofes en vez de valores iniciales, los métodos naturales de solución implican un proceso iterativo de aproximación sucesiva. Este proceso se repite innumerables veces, por lo que son casi indispensables métodos muy rápidos como los integrados en las computadoras modernas.

En las ecuaciones diferenciales parciales no lineales no contamos, como en el caso de las lineales, con una teoría matemática pura, razonable y apropiada. En este caso los métodos de computación son no sólo importantes para el tratamiento de casos numéricos particulares, sino que, como ha señalado von Neumann, los necesitamos para ir adquiriendo el conocimiento de mayor número de casos particulares sin los cuales difícilmente podemos formular una teoría general. Hasta cierto punto, esto se ha conseguido con aparatos experimentales muy costosos, tales como los túneles de viento. De este modo nos hemos familiarizado con las propiedades más complicadas de las ondas de choque, superficies de deslizamiento, turbulencias, etc., sobre las que difícilmente podemos formular una teoría matemática sólida. No sabemos cuántos fenómenos de naturaleza similar faltan por descubrir. Las máquinas analógicas son de exactitud muy inferior a las máquinas digitales y generalmente más lentas, por lo que éstas son las más prometedoras.

Conforme vamos utilizando las máquinas modernas se va viendo más claramente que requieren técnicas matemáticas propias, muy distintas a las que se aplican en la computación manual o en las máquinas de menor capacidad. Por ejemplo, incluso en el empleo de máquinas para computar determinantes de orden moderadamente alto o para la solución simultánea de veinte o treinta ecuaciones lineales simultáneas, hay dificultades que no se plantean al estudiar problemas análogos de pequeño orden. Si el problema no se plantea con cuidado, estas máquinas pueden dar soluciones con cifras nada relevantes. Ya es tópico afirmar que las computadoras perfeccionadas ultrarrápidas no deben manejarlas los que no tengan la suficiente preparación técnica para que rindan el máximo. La computadora ultrarrápida no reducirá la necesidad de matemáticos con alto nivel de conocimientos y buen entrenamiento técnico.

En la construcción mecánica o eléctrica de computadoras existen unas máximas importantes. Una de ellas es que los mecanismos que se usan relativamente con frecuencia, como son los de multiplicación y adición, deben estar estructurados en forma de conjuntos relativamente estándar adaptados estrictamente a un uso determinado, mientras que los de empleo más ocasional deben montarse en el momento de su utilización, a partir de otros elementos utilizables en otras operaciones. Otro requisito estrechamente relacionado con esta puntualización es el de que, en

aquellos mecanismos más generales, los componentes deben corresponder a sus propiedades generales y no estar permanentemente adscritos a una asociación específica con otros aparatos. Debe haber una parte del aparato —una centralita telefónica automática, por ejemplo— que busque los diversos componentes y conectores desocupados para incorporarlos conforme se necesitan. Con ellos se elimina parte de los enormes costes que supone tener gran cantidad de elementos inactivos incapaces de funcionar si no lo hacen ensamblados. Veremos la importancia de este principio al tratar los problemas de tráfico y sobrecarga del sistema nervioso.

Como observación final señalaré que una computadora grande, en forma de aparato mecánico o eléctrico o en la forma del propio cerebro, gasta mucha energía que se elimina y se disipa en forma de calor. La sangre que sale del cerebro tiene una fracción de grado de temperatura más alta que la que entra, pero no existe ninguna computadora que se aproxime a la economía energética del cerebro. En un aparato grande como el Eniac o el Edvac, los filamentos de los tubos consumen una cantidad de energía del orden de kilovatios y, si no se ventila y refrigera adecuadamente, el sistema sufre el equivalente mecánico de la pirexia hasta que sus constantes se alteran rápidamente por efecto térmico y su rendimiento se deteriora. No obstante, la energía gastada en una sola operación es sumamente pequeña y no da una medida adecuada del rendimiento del aparato. Sin embargo, el cerebro mecánico no excreta «bilis como el hígado», como afirmaban los primeros materialistas, ni la exhibe en forma de energía como el músculo activo. Ningún materialismo que no lo admita puede sobrevivir.

VI
Gestalt y universales

Entre las posibilidades que hemos tratado en el capítulo anterior está la de atribuir un mecanismo neural a la teoría de Locke sobre la asociación de ideas. Según Locke, el proceso se produce con arreglo a tres principios: principio de contigüidad, principio de similitud y principio de causa-efecto. Locke reduce el tercero, y más aún Hume, a poco más que una concomitancia constante, por lo que queda incluido en el primero, el de contigüidad. El segundo, de similitud, merece una explicación más amplia.

¿Cómo reconocemos la identidad de los rasgos de una persona, la veamos de perfil, de tres cuartos o de frente? ¿Cómo reconocemos que un círculo es un círculo, sea pequeño o grande, próximo o lejano, o si en realidad está situado en un plano perpendicular a una línea que, a partir del ojo, pasa por su centro, que nos lo hace ver como un círculo o, que desde otra orientación, nos lo hace ver como una elipse? ¿Cómo vemos caras, animales y mapas en las manchas del test de Rorschach? Todos estos ejemplos se refieren al ojo, pero problemas similares se plantean con los demás sentidos, y algunos se vinculan a las relaciones intersensoriales. ¿Cómo trasladar a palabras el canto de un pájaro o las estridulaciones de un insecto? ¿Cómo reconocemos por el tacto la redondez de una moneda?

De momento nos limitaremos al sentido de la vista. Un factor importante en la comparación de la forma entre objetos distintos es sin duda la interacción ojo-músculos, independientemente de que sean los músculos internos del globo ocular lo que le accionen, o los que mueven la cabeza o el cuerpo. Efectivamente, una modalidad de este sistema de retroacción visual-muscular es importante en el reino animal hasta niveles tan bajos como el de

los platelmintos. En ellos el fototropismo negativo, es decir, la tendencia a evitar la luz, parece estar regulado por el equilibrio de los impulsos de la mancha ocular. El equilibrio es transmitido de vuelta a los músculos torácicos que hacen que el cuerpo dé la espalda a la luz y, en combinación con el impulso general, le obligan a moverse hacia adelante llevando al animal a la zona más oscura accesible. Es interesante señalar que una combinación de un par de fotocélulas con amplificadores adecuados, un puente de Wheatstone para equilibrar sus impulsos de salida, y otros amplificadores para regular el impulso en los dos motores de un mecanismo de doble hélice, nos daría un buen sistema de control fototrópico negativo para una barca. Sería difícil o imposible reducir este sistema a las dimensiones del que poseen los platelmintos, sin embargo, en él tenemos otro ejemplo del hecho, al que ya se habrá acostumbrado el lector, de que los organismos vivos tienden a poseer una escala espacial mucho más reducida que los mecanismos más perfectos de las tecnologías elaboradas por artífices humanos; si bien, en contrapartida, el empleo de técnicas eléctricas confiere a los mecanismos artificiales grandes ventajas de rapidez respecto a los organismos vivos.

Sin entrar en la explicación de todas las fases intermedias, hablemos de las retroacciones ojo-músculo en el ser humano. Algunas son de índole estrictamente homeostática, como en el caso de la pupila que se dilata en la oscuridad y se contrae a la luz, obligando al flujo luminoso que incide en el ojo a discurrir por límites más angostos. Otras se deben a que el ojo humano tiene restringido su mejor modo de visión de la forma y el color a unas fóveas retinianas relativamente pequeñas, mientras que la percepción del movimiento es más efectiva en la periferia del globo ocular. Cuando la visión periférica capta algún objeto notable, se produce una retroacción refleja que lo transmite a las fóveas. Esta retroacción va acompañada de un complicado sistema de retroalimentaciones subordinadas interconexas que tienden a hacer converger los dos ojos de forma que el objeto que llama la atención se sitúe en el mismo plano del campo visual de cada uno de ellos y a enfocar el cristalino para que los contornos sean lo más precisos posible. Complementan estas acciones movimientos craneales y corporales, por medio de los cuales situamos el objeto en el centro visual si no lo hemos logrado con un simple movimiento ocular, o bien ponemos a un objeto fuera del campo visual o lo situamos fuera de dicho campo para que lo capte otro

sentido en ese campo. En el caso de objetos con los que estamos familiarizados en una determinada orientación angular más que en otra —escritura, rostros humanos, paisajes, etc.— existe también un mecanismo por el cual tendemos a situarlos en la orientación adecuada.

Todos estos procesos pueden resumirse en una frase: tendemos a situar cualquier objeto que atrae nuestra atención en una posición y orientación estándar, de modo que la imagen visual que formamos de él varíe lo menos posible. No acaban con esto los procesos que intervienen en la percepción de la forma y significado del objeto, pero sin duda se facilitan los ulteriores procesos para ello. Estos procesos ulteriores se producen en el ojo y el córtex visual. Existe notable evidencia de que un gran número de fases de cada paso de este proceso reduce el número de canales neuronales que intervienen en la transmisión de la información visual y aproxima cada vez más la información a la forma en que la utiliza y conserva la memoria.

El primer paso en esta concentración de información visual se produce en la transición entre retina y nervio óptico. Se observará que, mientras en las fóveas existe una correspondencia casi de uno a uno entre los bastoncillos y conos y las fibras del nervio óptico, en la periferia la correspondencia es tal que a una fibra del nervio óptico corresponden diez o más órganos terminales. Es bastante comprensible, dado que la principal función de las fibras periféricas no es la visión en sí, sino actuar de receptáculo para el mecanismo ocular que la centra y regula focalmente.

Uno de los fenómenos más notables de la visión es nuestra capacidad para reconocer el dibujo de un contorno. Es evidente que el dibujo del contorno de un rostro, pongamos por caso, se parece poco al rostro real en cuanto a color o volúmenes del claroscuro, sin embargo, resulta un retrato sumamente reconocible. La explicación más plausible de ello es que, en alguna fase del proceso visual, se registra con mayor énfasis el bosquejo de la imagen, minimizándose otros aspectos. El origen del proceso está en el propio ojo. Como cualquier otro sentido, la retina está sujeta a acomodación, es decir, que el mantenimiento constante de un estímulo reduce su capacidad para recibirlo y transmitirlo. Esto se acusa enormemente en los receptores que registran el interior de un gran bloque de imágenes con color e iluminación constantes, ya que las mínimas fluctuaciones de enfoque y punto

de fijación, inevitables en la visión, no modifican el carácter de la imagen recibida. Algo muy distinto a lo que sucede en el límite de dos regiones de contraste. En él estas fluctuaciones producen una alternancia entre uno y otro estímulo y esta alternancia, como se observa en el fenómeno de las imágenes consecutivas, no sólo no tiende a agotar el mecanismo visual por acomodación, sino que tiende a potenciar su sensibilidad. Esto es cierto independientemente de que el contraste entre las dos regiones adyacentes sea por intensidad lumínica o por color. A guisa de comentario a estos fenómenos, señalaremos que tres cuartas partes de las fibras del nervio óptico responden sólo al destello directo de la luz. Por lo tanto, el ojo recibe su más intensa impresión en los límites, y cada imagen visual posee en realidad algo del carácter de un dibujo lineal.

Probablemente no toda esta acción es periférica. En fotografía, según se trate un negativo, aumentan los contrastes, y esos fenómenos no lineales no son sin duda muy distintos a los que se producen en el sistema nervioso. Van unidos a los fenómenos del repetidor de teletipo que hemos mencionado, y, de igual modo que éste, utilizan una impresión que no se ha difuminado más allá de un punto determinado para desencadenar una nueva impresión de nitidez normal. En cualquier caso, disminuyen la información total inutilizable que acompaña a la imagen y probablemente están correlacionados con parte de la reducción del número de fibras de transmisión que se observa en diversas fases del área cortical visual.

Por lo tanto, hemos designado varias fases reales posibles de esquematización de nuestras impresiones visuales. Centramos nuestras imágenes en torno al foco de atención y las reducimos más o menos a contornos. A continuación, tenemos que compararlas entre sí, o en cualquier caso con la impresión estándar almacenada en la memoria, por ejemplo, un «círculo» o un «cuadrado». Esto puede efectuarse de diversos modos. Hemos expuesto un esquema rudimentario sobre cómo puede mecanizarse el principio lockeano de contigüidad en la asociación. Señalaremos que el principio de contigüidad abarca también gran parte del otro principio de similitud de Locke. Los distintos aspectos de un mismo objeto suelen verse en esos procesos que lo sitúan en el centro de atención y de otros movimientos que nos inducen a verlo a una u otra distancia, desde un ángulo o desde otro. Es un principio general que no se reduce a su aplicación a un sentido

concreto y que es sin duda de gran importancia en el proceso comparativo de nuestras experiencias más complejas. No obstante, es probable que no sea el único proceso que induce la formación de nuestras ideas generales específicamente visuales o, como las llamaría Locke, «ideas complejas». La estructura del córtex visual es de un alto nivel organizativo, demasiado específico para inducirnos a creer que opera merced a lo que, después de todo, es un mecanismo enormemente generalizado. La impresión es que nos enfrentamos a un mecanismo especial que no es un simple acoplamiento transitorio de elementos de propósito general con partes intercambiables, sino un subconjunto permanente, como los conjuntos de adición y multiplicación de una computadora. En tales circunstancias, vale la pena estudiar cómo funciona dicho conjunto y cómo se puede diseñar.

Las posibles transformaciones de perspectiva de un objeto forman lo que se denomina grupo, en el sentido en que lo hemos definido en el capítulo II. Este grupo define a varios subgrupos de transformaciones: el grupo afín, en el que únicamente consideramos aquellas transformaciones que dejan invariante la región en el infinito; las dilataciones homogéneas sobre un punto determinado, en las que se conservan un punto, las direcciones axiales y la igualdad de escala en todas direcciones; las transformaciones que preservan la longitud; las rotaciones sobre un punto en dos o tres dimensiones; el conjunto de todas las traslaciones, y así sucesivamente. De estos grupos, los que acabamos de mencionar son continuos; es decir, que las operaciones correspondientes a ellos están determinadas por el valor de una cantidad de parámetros de variación constante en un espacio apropiado. Por lo tanto, forman configuraciones multidimensionales en un espacio *n* y contienen subconjuntos de transformaciones que constituyen regiones en dicho espacio.

Ahora bien, del mismo modo que una región del plano normal bidimensional queda cubierta por el proceso de barrido, familiar al técnico de televisión, por efecto del cual un conjunto de posiciones-muestra casi uniformemente distribuido en la región se asume como representación de toda ella, también cualquier región en el espacio de un grupo, incluido el total de dicho espacio, puede representarse mediante un proceso de *barrido de grupo*. En dicho proceso, que en absoluto se limita a un espacio tridimensional, una red de posiciones en el espacio es atravesada en una secuencia unidimensional, y esta red de posiciones está

distribuida de tal forma que se aproxima a cada posición de la región en algún sentido concreto apropiado. Por lo tanto, contiene posiciones tan próximas como queramos. Si estas «posiciones», o conjuntos de parámetros, se utilizan realmente para generar las transformaciones apropiadas, esto significa que los resultados de transformar una figura determinada por medio de estas transformaciones serán tan próximos como queramos a cualquier transformación dada de la figura efectuada por un operador de transformación situado en la región deseada. Si el barrido es lo bastante fino y la región transformada posee la máxima dimensionalidad de las regiones transformadas por el grupo en cuestión, las transformaciones realmente atravesadas darán una región resultante en solapamiento sobre *cualquier* transformación de la región original en una cantidad que será una fracción de su área tan grande como queramos.

Empecemos con una región comparativa fija y una región que se quiera comparar con ella. Si en alguna fase del barrido del grupo de transformaciones la imagen de la región que hay que comparar, situada bajo una de las transformaciones barridas, coincide más perfectamente con el patrón fijo de lo que permite una tolerancia determinada, esto queda registrado y se dice que las dos regiones son iguales. Si no sucede esto en ninguna fase del proceso de barrido, se dice que son desiguales. Este proceso se adapta perfectamente a la mecanización y sirve de método de identificación del perfil de la figura independientemente de su tamaño, su orientación o cualquier transformación incluida en el grupo-región objeto del barrido.

Si esa región no es el grupo completo, puede suceder que la región A parezca igual a la región B y que la región B parezca igual a la región C, mientras que la región A no parece igual a la región C. Esto es lo que sucede en la realidad. Una figura puede no mostrar ningún parecido particular con la misma figura invertida, al menos en lo que respecta a la impresión inmediata, la cual no implica ninguno de los procesos superiores. No obstante, a cada fase de esta inversión puede producirse una amplia gama de posiciones próximas que parezcan similares. Las «ideas» universales formadas de este modo no son perfectamente nítidas, sino que se superponen.

Hay otros medios más sofisticados en la utilización del barrido de grupos para hacer abstracciones de las transformaciones de un grupo. Los grupos que consideramos aquí tienen una «me-

dida de grupo», una densidad de probabilidad que depende del propio grupo de transformación y que no cambia cuando todas las transformaciones del grupo se alteran al ir precedidas o seguidas de cualquier tranformación específica del grupo. Se puede efectuar un barrido del grupo de tal forma que la densidad de barrido de cualquier región de una clase considerable —es decir, la cantidad de tiempo en que el elemento variable de barrido discurre por la región en cualquier barrido completo del grupo— es estrechamente proporcional a su medida de grupo. En el caso de un barrido tan uniforme, si tenemos cualquier cantidad que dependa de un conjunto S de elementos transformados por el grupo, y si este conjunto de elementos resulta transformado por todas las transformaciones del grupo, designemos a la cantidad que depende de S como Q(S) y emplearemos TS para expresar la transformación del conjunto S por efecto de la transformación T del grupo. Entonces Q(TS) será el valor de la cantidad que sustituye a TS. Si la promediamos o la integramos en relación con la medida del grupo para el grupo de transformaciones T, obtendremos una cantidad que podemos enunciar de la forma siguiente

$$\int Q(TS)\, dt \qquad (6.01)$$

en la que la integración afecta a la medida del grupo. La cantidad 6.01 será idéntica para todos los conjuntos S intercambiables entre sí bajo las transformaciones del grupo, es decir, para todos los conjuntos S que tengan en cierto sentido el mismo tipo de *Gestalt*. Se puede obtener una comparatibilidad aproximada de forma cuando la integración en la Cantidad 6.01 es menos de todo el grupo, si el integrando Q(TS) es pequeño en la región omitida. E igual sucede con la medida del grupo.

En los últimos años se ha prestado enorme atención al problema de las prótesis sustitutorias de un sentido u otro. El intento más espectacular ha sido la invención de dispositivos para los ciegos que funcionan por medio de células fotoeléctricas. Supongamos que nos limitamos a textos impresos y a una sola tipografía o a un número reducido de ellas. Supondremos también que la alineación de la página, centrado de las líneas, paso de una línea a otra, se efectúa manual o automáticamente, como puede ser de hecho. Estos procesos corresponden, como veremos, a la

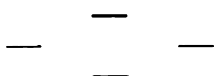
parte de nuestra determinación visual del *Gestalt* que depende de retroacciones musculares y del uso de nuestro aparato de centrado, orientación, enfoque y convergencia. Pero se plantea el problema de determinar la forma de las letras conforme el aparato de barrido pasa secuencialmente sobre ellas. Se ha sugerido el empleo de varias células fotoeléctricas colocadas en secuencia vertical, conectada cada una de ellas a un modulador sonoro de distinto tono. Puede hacerse registrando las letras en forma de silencio o de sonido. Supongamos que lo hacemos con sonido y que hay tres receptores fotoeléctricos uno encima de otro. Registrémoslos como las tres notas de un acorde, con el tono más agudo arriba y el más grave abajo, pongamos por caso. Entonces la F mayúscula se registraría



La Z mayúscula se registraría



la O mayúscula



y así sucesivamente. Con la ayuda normal que nos confiere nuestra capacidad interpretativa no sería muy difícil leer este código auditivo, no más difícil, por ejemplo, que leer según el método Braille.

Sin embargo, todo ello depende de una cosa: la adecuada relación de las células fotoeléctricas con la altura vertical de las letras. Incluso con tipos de imprenta normales existe una gran variación de tamaño. Por lo tanto, lo ideal sería accionar la escala vertical del barrido arriba o abajo para reducir la impresión de una letra determinada a una medida estándar. Debemos contar como mínimo, por medios manuales o automáticos, con algunas de las transformaciones del grupo de dilatación vertical.

Podemos lograrlo de varias maneras. Recurriendo a una regulación vertical mecánica de las fotocélulas o utilizando una gran batería vertical de fotocélulas que cambie la tonalidad con arreglo al tamaño del tipo y que anule el sonido en los tamaños superiores e inferiores. Esto puede llevarse a cabo, por ejemplo, con la ayuda de un esquema de conjuntos de conectores, en el que los impulsos procedentes de las células fotoeléctricas van a una serie de conmutadores de mayor y mayor divergencia, y los impulsos de salida son una serie de líneas verticales como ilustra la Fig. 8. En ella, las líneas sencillas representan las conexiones de las células fotoeléctricas, las líneas dobles, las conexiones de los osciladores, los círculos en las líneas discontinuas, los puntos de conexión entre conexiones de entrada y salida y las líneas discontinuas, las conducciones por las que entra en acción uno u otro oscilador del banco de osciladores. Este es el aparato a que nos referíamos en la introducción, concebido por McCulloch para adaptarlo a la altura del tipo de imprenta. En el primer diseño la selección entre una y otra línea era manual.

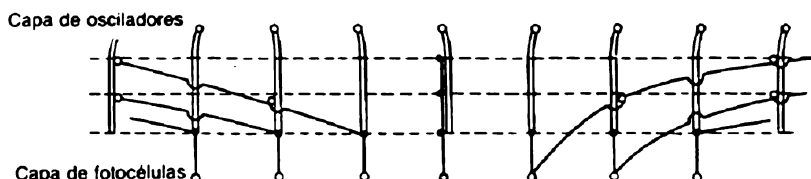


Fig. 8.

Su esquema correspondiente fue el que enseñamos al Dr. von Bonin y éste interpretó como la cuarta capa del área cortical visual. Los círculos conectores sugerían los cuerpos celulares neuronales de dicha capa, dispuestos en subcapas de densidad horizontal de cambio uniforme y de tamaño cambiante en dirección opuesta a la densidad. Las conexiones horizontales probablemente se disparan en un determinado orden cíclico. Es un aparato muy adecuado para el proceso del barrido de grupo. Naturalmente, requiere un proceso de recombinación en el tiempo de los impulsos de salidas superiores.

Este es el aparato que sugirió McCulloch como equivalente al que realmente acciona el cerebro en la detección de la *Gestalt*

visual, y constituye un tipo de dispositivo válido para cualquier clase de barrido de grupo. Algo similar ocurre con los demás sentidos. En el oído, la transposición musical de un tono fundamental a otro no es más que una traslación del logaritmo de frecuencia y, por consiguiente, puede realizarlo un aparato de barrido de grupo.

Por lo tanto, un conjunto de barrido de grupo posee una estructura anatómica perfectamente definida. Las conmutaciones precisas pueden realizarlas conexiones horizontales independientes que aportan suficiente estímulo para modificar los umbrales de cada nivel en el correspondiente nivel exacto para que se disparen al activarse la conexión. Aunque no conozco detalladamente el funcionamiento de la maquinaria, no es exagerado conjeturar un posible dispositivo estructurado con arreglo a dicha anatomía. En resumen, el conjunto de barrido de grupo está bien pensado para constituir la clase de subconjunto permanente cerebral equivalente a los adicionadores y multiplicadores de la computadora numérica.

Finalmente, el aparato de barrido de grupo debe disponer de un determinado plazo intrínseco de operación que ha de ser identificable con el funcionamiento del cerebro. El orden de magnitud de este plazo debe ser equivalente al tiempo mínimo necesario para efectuar la comparación directa de las formas de objetos de distinto tamaño. Esto sólo es posible cuando la comparación es entre dos objetos de tamaño no muy distinto, pues, en caso contrario, es un proceso muy laborioso, sugerente de la actividad de un conjunto no específico. Cuando la comparación directa parece posible, la operación tarda un tiempo de magnitud igual a una décima de segundo; esto parece coincidir con el orden de magnitud de tiempo necesario para que la excitación estimule todas las capas de conectores transversales en la secuencia cíclica.

Aunque este proceso cíclico debe responder a una inducción local, existen pruebas de que hay un sincronismo generalizado en distintas regiones del córtex, lo que sugiere que su origen es algún centro cronometrador que, en realidad, posee el orden de frecuencia adecuado para el ritmo alfa cerebral, como se observa en los electroencefalogramas. Podría sospecharse que este ritmo alfa va asociado a la percepción de la forma y que participa de la naturaleza de un ritmo de barrido, semejante al ritmo que se observa en el proceso de barrido de un televisor. Este tipo de ritmo desaparece en el sueño profundo y parece estar oscurecido

y envuelto por los otros ritmos, como cabría esperarse, cuando miramos algo, actuando entonces a modo de transporte de otros ritmos y actividades. Su máxima acentuación se registra cuando cerramos los ojos al despertar o cuando miramos al infinito sin ver, como en el estado de abstracción de los yogis[1], en el cual se registra una periodicidad casi perfecta.

Hemos visto que el problema de las prótesis sensoriales —la dificultad de sustituir la información, normalmente canalizada a través de un sentido perdido, por información transmitida por otro sentido intacto— es importante y no necesariamente insoluble. Lo más alentador es el hecho de que la memoria y las áreas asociativas, a las que normalmente se llega a través de un sentido, no son cofres de una sola llave, sino que permiten almacenar impresiones captadas a través de otros sentidos distintos al específico. Un ciego accidental, por diferenciación del ciego congénito, no sólo retiene la memoria visual de los registros anteriores a la fecha de su accidente, sino que es capaz de almacenar impresiones táctiles y auditivas en forma visual. Puede andar por una habitación guiándose por la imagen de cómo debe hacerlo.

Por lo tanto, tiene acceso a una parte de su mecanismo visual normal. Por el contrario, ha perdido algo más que los ojos puesto que no utiliza la parte del área cortical visual considerada como el conjunto permanente de organización de las impresiones visuales. Es necesario equiparle no sólo con receptores visuales artificiales, sino con un área cortical visual artificial que le traduzca las impresiones luminosas sobre sus nuevos receptores en una forma muy afín al impulso de salida del centro cortical visual, de forma que los objetos que suelen parecer iguales, suenen igual con la prótesis.

Por lo tanto, la concepción de esta posibilidad de prótesis visual a base de receptores acústicos se fundamenta, al menos en parte, en la computación del número de distintos patrones visuales reconocibles a *nivel cortical*. Es una comparación de cantidades de información. Dada la organización relativamente similar de las distintas regiones del córtex sensorial, probablemente no será muy distinta a la comparación entre las áreas de las dos partes corticales. Esta es aproximadamente de 100:1, similar a la existente entre vista y sonido. Si se utilizara todo el córtex auditivo para la visión, cabría la posibilidad de lograr una

1. Comunicación privada del Dr. Grey Walter, Bristol, Inglaterra.

cantidad de recepción de información de aproximadamente el 1 por ciento de la que se percibe a través del ojo. Por el contrario, la escala habitual para estimar la visión se basa en la distancia relativa a que se obtiene un determinado grado de resolución del patrón, por lo tanto un 10/100 de visión corresponde a una cantidad de flujo de información de aproximadamente un 1 por ciento de lo normal. Es una visión muy baja, pero de todas formas no es ceguera, ni las personas con este porcentaje visual se consideran necesariamente ciegas.

En sentido opuesto, la panorámica es aún más alentadora. El ojo puede detectar todos los matices del oído utilizando sólo el 1 por ciento de sus posibilidades y aún queda una capacidad visual del 95 por ciento que virtualmente es perfecta. Por lo tanto, el problema de las prótesis sensoriales es un campo de trabajo muy alentador.

VII
Cibernética y psicopatología

Es preciso que inicie este capítulo con una puntualización: en primer lugar, no soy psicopatólogo ni psiquiatra y carezco de experiencia en este campo en el que guiarse por la experiencia es el método más seguro. Por otra parte, el conocimiento del funcionamiento normal del cerebro y del sistema nervioso y el conocimiento *a fortiori* de su funcionamiento anormal dista mucho de haber alcanzado un nivel de perfección desde el que sea posible exponer una teoría convincente *a priori*. Por lo tanto, declino de antemano la afirmación de que exista una entidad concreta en psicopatología, como es el caso de las afecciones descritas por Kraepelin y sus discípulos, debida a un tipo específico de defecto de la organización cerebral equiparable a la avería de una computadora. Los que establezcan tales conclusiones específicas a partir de las consideraciones de esta obra lo hacen por cuenta propia.

No obstante, la constatación de que el cerebro y la computadora tienen mucho en común sugiere nuevas y atrayentes perspectivas para la psicopatología e incluso para la psiquiatría. Un enfoque que se iniciaría quizá con la pregunta más simple de todas: ¿cómo evita el cerebro grandes disparates, averías de actividad, debidos al mal funcionamiento de sus componentes?, pregunta que, extrapolada a la computadora, es de gran importancia práctica, ya que en la máquina, una cadena de operaciones que individualmente ocupan una fracción de milésima de segundo, puede durar horas o días. Es muy posible que una cadena de operaciones en una computadora implique 10^9 pasos distintos. En tales circunstancias, la posibilidad de que una operación falle no deja de ser un riesgo, si bien es cierto que la fiabilidad de los aparatos electrónicos modernos ha superado las expectativas más halagüeñas.

En las operaciones normales de computación manual, o en las realizadas con máquinas de mesa, suele comprobarse cada paso de la computación, y, cuando se descubre un error, se localiza invirtiendo el proceso a partir del punto en que se ha detectado. Este proceso de repaso en una máquina muy rápida debe efectuarse a la misma velocidad original, ya que, en caso contrario, la velocidad efectiva de la máquina se adapta a la del proceso de comprobación de menor velocidad. Además, si la máquina está diseñada para conservar todos los registros intermedios de su funcionamiento, su complejidad y magnitud se incrementarían hasta un nivel intolerable en un factor mucho mayor de 2 ó 3.

Un método más adecuado para comprobar, y que en realidad es el que suele usarse, consiste en pasar simultáneamente cada operación a dos o tres máquinas independientes. En el caso de que se empleen dos mecanismos, se van cotejando automáticamente sus respuestas y, si hay discrepancias, se transfieren los datos a un almacenaje permanente, se detiene la máquina y aparece una señal por la que el operador sabe que hay un error. Luego compara los resultados y se guía por ellos para localizar lo que funciona mal, quizás un tubo quemado. Si se utilizan tres máquinas para cada fase y las averías son tan infrecuentes como lo son en realidad, siempre habrá coincidencia entre las otras dos, y con ella se obtiene el resultado preciso. En tal caso, el mecanismo de cotejo acepta el informe mayoritario y no hay que parar la máquina. Si esto se produce en la primera ocasión de discrepancia, la indicación de la situación del error es muy precisa. En una máquina bien diseñada no hay ningún elemento específico a cargo de una fase concreta de la secuencia de operaciones, pero, en cada fase de la misma, interviene un proceso de exploración bastante parecido al de las centralitas telefónicas automáticas, que localiza al primer elemento disponible de una clase determinada y lo conecta a la secuencia de operaciones. En este caso la sustitución de elementos averiados no provoca retrasos apreciables.

Es concebible y plausible que al menos dos de los elementos de este proceso estén representados en el sistema nervioso. Es muy improbable que cualquier mensaje importante se transmita confiadamente a una sola neurona, ni que cualquier operación importante se confíe a un solo mecanismo neuronal. Al igual que la computadora, el cerebro funciona probablemente según una

variante del famoso principio expuesto por Lewis Carroll en *La caza del Snark:* «Lo que te diga tres veces es cierto». También es improbable que los diversos canales disponibles para la transmisión de la información vayan de un extremo a otro de su trayecto sin experimentar anastomosis. Es mucho más probable que cuando un mensaje llega a un determinado nivel del sistema nervioso, deje este punto para dirigirse al siguiente a través de uno o más miembros de los que se denomina *pool internuncial.* Puede haber partes del sistema nervioso en que esta intercambiabilidad esté sumamente limitada o quede abolida, y probablemente éstas sean las áreas más especializadas del córtex, como lo son las que sirven de prolongaciones internas de los órganos sensoriales especializados. No obstante, el principio es válido y posiblemente más taxativamente en el caso de las áreas corticales sin relativa especialización dedicadas a la asociación de lo que denominamos funciones mentales superiores.

Hasta ahora hemos considerado los errores de funcionamiento normales y patológicos sólo en un sentido amplio. Consideremos ahora los más claramente patológicos. La psicopatología ha resultado un incordio para el materialismo instintivo de aquellos médicos que habían adoptado la opinión de que cualquier trastorno debía ir acompañado de una lesión material del tejido específico correspondiente. Es cierto que las lesiones cerebrales específicas, tales como heridas, tumores, coágulos y accidentes similares, van acompañados de síntomas psíquicos y que determinadas enfermedades mentales, como la paresia, son secuelas de una afección corporal generalizada y exponente de un estado patológico del tejido cerebral; pero no hay modo de distinguir el cerebro de un esquizofrénico de uno de los tipos concretos de Kraepelin, ni el de un maníaco depresivo, ni el de un paranoico. Son trastornos que denominamos *funcionales,* clasificación que parece contravenir el dogma del materialismo moderno según el cual cualquier trastorno funcional tiene un origen fisiológico o anatómico en el tejido correspondiente.

La diferencia entre trastornos funcionales y orgánicos no se esclarece enormemente considerándola en función de la máquina computadora. Como hemos visto, no es la estructura física vacía de la computadora lo equiparable al cerebro —al menos al cerebro adulto—, sino la combinación de su estructura con las instrucciones que la máquina recibe al iniciarse la secuencia de operaciones, más la información adicional almacenada y obtenida

del exterior durante esta secuencia. Esta información se almacena de un modo físico —en forma de memoria—, pero parte de ella está en forma de memoria circulante con un soporte físico que desaparece cuando se desconecta la máquina o muere el cerebro, y parte en forma de memoria a largo plazo que se almacena en una forma que sólo podemos imaginar, pero que probablemente es también una modalidad con un soporte físico que desaparece con la muerte. Aún no disponemos de un método que nos permita reconocer en cadáveres el umbral de una determinada sinapsis durante la vida; y, aunque lo conociéramos, no habría modo de localizar la cadena de neuronas y sinapsis que comunicaban con ella y determinar la importancia de dicha cadena en relación con el contenido ideacional que registra.

Por lo tanto, no es exagerado considerar los trastornos mentales funcionales como enfermedades fundamentales de la memoria, de la información circulante almacenada por el cerebro en estado activo y de la permeabilidad prolongada de la sinapsis. Hasta los trastornos más graves, como la paresia, producen gran parte de sus secuelas no ya destruyendo el tejido correspondiente con la consiguiente alteración de los umbrales sinápticos, sino por trastornos secundarios de tráfico —la sobrecarga de lo existente en el sistema nervioso y la reitineración de mensajes— que sucede a tales lesiones primarias.

En un sistema que contenga gran número de neuronas, los procesos circulares rara vez serán estables durante largos períodos: o siguen su curso, como en el caso de la memoria correspondiente al presente engañoso, disipándose y eliminándose, o afectan a mayor número de neuronas de su sistema hasta ocupar una porción desordenada del *pool* neuronal. Esto es lo que debe suceder en la preocupación morbosa que acompaña a las neurosis de ansiedad. En tal caso es posible que el paciente carezca simplemente de espacio —suficiente número de neuronas— para desarrollar el proceso normal de pensamiento. En tales condiciones puede que exista menor actividad cerebral para excitar las neuronas que aún no están afectadas, de forma que todas se implican más fácilmente en la propagación del proceso. Además, la memoria permanente se implica cada vez más y los procesos patológicos, que al principio se producían a nivel de los recuerdos circulantes, se repiten de un modo más intratable a nivel de la memoria permanente. Así, lo que empezó con una inversión de estabilidad relativamente trivial y accidental puede convertirse

en un proceso totalmente destructivo de la vida mental normal.

Procesos patológicos de naturaleza parecida se dan en las computadoras mecánicas y eléctricas. El diente de un engranaje puede desplazarse de tal forma que el que en él se acopla no pueda enderezarlo en su posición normal, o una computadora eléctrica ultrarrápida puede entrar en un proceso circular imparable. Estas contingencias dependen de una configuración instantánea altamente improbable del sistema y, una vez remediadas, nunca —o muy rara vez— vuelven a repetirse. Pero, cuando ocurren, impiden el funcionamiento de la máquina.

¿Cómo se solucionan estos accidentes de la máquina? Lo primero que hay que hacer es vaciarla de información, con la esperanza de que, cuando vuelva a funcionar con datos distintos, no se produzca el fallo. A falta de esto, si el problema está localizado en algún punto inaccesible permanente o transitoriamente al mecanismo de cancelación, se sacude la máquina o, si es eléctrica, la exponemos a un impulso eléctrico más fuerte, con la esperanza de que llegue al elemento inaccesible y lo empuje hacia una posición en que se interrumpa el falso ciclo de actividades. Si tampoco esto da resultado, podemos desconectar la parte que falla, porque puede que el resto de la máquina nos sirva para proseguir la operación.

Ahora bien, no hay ningún proceso normal, salvo la muerte, para borrar completamente del cerebro las impresiones pasadas; y después de la muerte es imposible volver a hacerlo funcionar. De todos los procesos normales, el sueño es el más cercano a una cancelación no patológica. ¡Cuántas veces no habremos descubierto que el mejor modo de solucionar una grave preocupación o un problema intelectual es dormir! Pero el sueño no borra los recuerdos profundos, ni un estado morboso de preocupación es compatible con un sueño adecuado. Por eso nos vemos obligados a recurrir a otras clases de intervención más violentas sobre el ciclo memorístico. La más violenta conlleva una intervención quirúrgica en el cerebro, con la consiguiente lesión permanente, mutilación y disminución de la capacidad del paciente, ya que el sistema nervioso central de los mamíferos no tiene poder regenerativo. El principal tipo de intervención quirúrgica practicado es la lobotomía prefrontal, consistente en extirpar o aislar una porción del lóbulo prefrontal del córtex. Recientemente ha estado bastante en boga, probablemente debido al hecho de que facilita el internamiento carcelario de los pacientes. Señalaré de pasada que ma-

tarlos lo facilitaría aún más. Sin embargo, la lobotomía prefrontal parece ejercer un efecto particular sobre la preocupación morbosa, no aproximando al paciente a la solución de sus problemas, sino lesionando o eliminando su capacidad para mantener la inquietud, conocida en la terminología de otra profesión como *conciencia*. Pero, en términos generales, limita todos los aspectos de la memoria circulante, la capacidad para mantener en la mente una situación que no se da en la realidad.

Las distintas modalidades de tratamiento de choque —eléctrico, insulínico, con metrazol— son métodos menos drásticos para lograr algo muy similar. No destruyen tejido cerebral, o al menos no persiguen ese objetivo, pero causan un efecto definitivamente lesivo en la memoria. En lo que respecta a la memoria circulante, y en tanto que esta memoria se halla principalmente lesionada por el reciente período de trastorno mental y que probablemente apenas merece la pena conservarla, el tratamiento de choque es decididamente más recomendable que la lobotomía, pero no siempre está exento de efectos deletéreos sobre la memoria permanente y la personalidad. En su estado actual es otro método violento que no dominamos bien y de dudosa eficacia para interrumpir el círculo vicioso mental, aunque esto no es óbice para que en muchos casos sea lo mejor que pueda hacerse actualmente.

La lobotomía y los tratamientos de choque son métodos que por su naturaleza resultan más adecuados para tratar los recuerdos circulantes viciosos y la inquietud morbosa que los recuerdos permanentes más arraigados, aunque no deba descartarse que también en ellos causen algún efecto. Como hemos dicho, en los casos crónicos de trastorno mental, la memoria permanente está tan lesionada como la memoria circulante. No contamos con ningún medio puramente farmacológico o quirúrgico para intervenir diferencialmente en la memoria permanente. Aquí es donde interviene el psicoanálisis y otras medidas psicoterapéuticas similares. Independientemente de que el psicoanálisis adoptado sea el ortodoxo freudiano o el modificado de Jung y Adler, o aunque la psicoterapia no sea en absoluto psicoanalítica, el tratamiento se basa claramente en el concepto de que la información almacenada de la mente se sitúa en muchos niveles de accesibilidad y es mucho más rica y variada que la accesible mediante introspección directa autoanalítica; que ésta se halla vitalmente condicionada por experiencias afectivas que no siempre desvela la

introspección, ya sea porque nunca se explicitaron en lenguaje adulto, o porque han quedado enterradas por un mecanismo definitivo, afectivo, aunque generalmente involuntario; y que el contenido de estas experiencias almacenadas, así como su tono afectivo, condiciona gran parte de nuestra actividad ulterior en formas que pueden ser patológicas. La técnica del psicoanálisis se basa en una serie de medios para descubrir e interpretar esos recuerdos ocultos para que el paciente los acepte tal como son, y con esa aceptación modifique, si no el contenido, al menos el tono afectivo de que son portadores, haciéndolos así menos nocivos. Todo esto coincide plenamente con el punto de vista de esta obra. Quizá también explique por qué hay circunstancias en las que está indicado el empleo combinado de tratamiento de choque con psicoterapia, uniendo la terapia física o farmacológica, para los fenómenos de reverberación en el sistema nervioso, a la terapia psicológica para los recuerdos permanentes que, sin interferencias, pueden reinstaurarse a partir del círculo vicioso roto por el tratamiento de choque.

Hemos mencionado ya el problema de tráfico del sistema nervioso. Muchos autores, entre ellos el Dr. D'Arcy Thompson[1], han comentado que toda forma de organización posee un límite superior de tamaño más allá del cual se disfunciona. Así, la organización de los insectos se halla limitada por la longitud tubular que permite el funcionamiento del sistema respiratorio espiracular a través de los poros por difusión directa del aire a los tejidos respiratorios; un animal terrestre no puede ser tan grande que sus patas u otras partes en contacto con el suelo se hundan por efecto del peso; un árbol tiene un crecimiento limitado por los mecanismos de intercambio de agua y minerales entre las raíces y las hojas, y los productos de fotosíntesis desde las hojas a las raíces, y así sucesivamente. Lo mismo sucede en las construcciones de ingeniería. Los rascacielos son de tamaño limitado por el hecho de que, cuando sobrepasan determinada altura, el espacio para las cajas de ascensores para subir a los pisos altos consumen una parte excesiva de la sección transversal de los pisos inferiores. Si se sobrepasa una luz concreta, el mejor puente de suspensión que pueda construirse con materiales de propiedades elásticas concretas, se hundiría por efecto de su propio

1. Thompson, D'Arcy, *On Growth and Form*, The Macmillan Company, Nueva York, 1942.

peso y, si se sobrepasa una luz aún mayor, *cualquier* estructura hecha con un determinado material o materiales, se hunde por su propio peso. De igual modo, tiene que ser limitado el tamaño de una centralita telefónica, construida con arreglo a un plan fijo no ampliable, limitación que ha sido objeto de profundo estudio por parte de los ingenieros de teléfonos.

En un sistema telefónico, el factor limitativo importante es la fracción de tiempo durante el cual un abonado no puede hacer una llamada. Un 99 por ciento de posibilidades es más que satisfactorio para los más exigentes, un 90 por ciento de posibilidades efectivas es lo bastante adecuado para permitir la realización de negocios con razonable facilidad. Un 75 por ciento es ya molesto, pero permite realizar negocios de un modo determinado, mientras que, si la mitad de las llamadas no pueden realizarse, los abonados empiezan a solicitar la supresión de los aparatos. Ahora bien, estos porcentajes representan cifras absolutas. Si las llamadas discurren a través de *n* fases de conexión, y la probabilidad de fallo es independiente e igual para cada fase, para obtener una probabilidad de éxito total igual a *p*, la probabilidad de éxito en cada fase debe ser $p^{1/n}$. Por lo tanto, para obtener un 75 por ciento de posibilidades de que las llamadas se produzcan tras cinco fases, tendremos que disponer de un 95 por ciento aproximadamente de posibilidades de éxito por fase. Para lograr un 90 por ciento de funcionamiento, deberemos contar con un 98 por ciento de eficacia en cada fase, para lograr un 50 por ciento de funcionamiento, necesitamos un 87 por ciento de eficacia en cada fase. Como se observará, cuantas más fases intervengan, con mayor rapidez empeora notablemente el servicio telefónico al rebasarse un nivel crítico de fallo en cada llamada, y mejora enormemente cuando no llega a alcanzarse ese nivel crítico. Por lo tanto, un servicio de conexión que implique muchas fases y esté diseñado para un determinado nivel de fallos no acusa signos evidentes de avería hasta que el tráfico alcanza el límite del punto crítico; entonces se descompone y se produce un catastrófico atasco de tráfico.

Por lo tanto, el hombre, poseedor del mejor sistema nervioso entre todos los animales, con un comportamiento que probablemente depende de la eficacia de operatividad de las cadenas neuronales más largas, está sujeto a realizar una modalidad compleja de comportamiento de notable similitud al momento crítico de una sobrecarga, lo que le hace ceder de modo grave y catastró-

fico. Esta sobrecarga puede producirse de diversas maneras: por un exceso de la cantidad de tráfico, por una eliminación física de los canales por los que discurre el tráfico, o por la ocupación excesiva de estos canales por parte de sistemas de tráfico adversos, como son los recuerdos circulantes que hayan aumentado al extremo de convertirse en preocupaciones patológicas. En todos estos casos llega un momento —de pronto— en el que el tráfico normal no dispone de suficiente espacio y se produce una modalidad de crisis mental, muy posiblemente resuelta en alienación.

Esta afecta en primer lugar a las facultades operativas en las que intervienen las cadenas neuronales más largas. Existe evidencia apreciable de que son precisamente éstos los procesos que reconocemos como superiores en la escala normal de evaluación. Las pruebas son las siguientes: un aumento de temperatura casi próxima a los niveles fisiológicos provoca un aumento de comodidad operativa en la mayoría, si no en todos, los procesos neuronales. Esta es mayor en los procesos más superiores, en términos generales, según la estimación habitual del grado de «superioridad». Ahora bien, cualquier facilitación de un proceso en un sistema simple neurona-sinapsis es necesariamente acumulativo, ya que la neurona está combinada serialmente con otras neuronas. Por lo tanto, la cantidad de ayuda que recibe un proceso mediante un aumento de temperatura es un parámetro general de la longitud de la cadena neuronal a que afecta.

Por lo tanto, vemos que la superioridad del cerebro humano con respecto a otros, en cuanto a longitud de la cadena neuronal que utiliza, es el motivo de que los trastornos mentales son sin duda sumamente visibles y probablemente muy comunes en el hombre. Hay otro modo más específico de considerar una cuestión muy similar. Consideremos en primer lugar dos cerebros geométricamente iguales, con los pesos de sustancias gris y blanca relacionados por un mismo factor de proporcionalidad, aunque con distintas dimensiones lineales en proporción A:B. Supongamos que el volumen de los cuerpos celulares de la sustancia gris y las secciones transversales de las fibras de la sustancia blanca son iguales en ambos. Entonces el número de cuerpos celulares en los dos casos corresponde al cociente $A^3:B^3$, y el número de conectores largos, al cociente $A^2:B^2$. Lo cual significa que, a igual densidad de actividad celular, la densidad de actividad en las fibras será A:B veces superior en el cerebro mayor que en el cerebro pequeño.

Si comparamos el cerebro humano con el de un mamífero inferior, veremos que el de aquél posee muchas más circunvoluciones. El grosor relativo de la sustancia gris es muy similar, pero está distribuido en un sistema mucho más complejo de circunvoluciones y sulcos. La consecuencia es que aumenta la cantidad de materia gris a expensas de la cantidad de sustancia blanca. Dentro de una circunvolución esta disminución de sustancia blanca es funadamentalmente una disminución longitudinal más que del número de fibras, ya que los pliegues opuestos de una circunvolución están más próximos de lo que lo estarían en un cerebro de superficie lisa de igual tamaño. Por el contrario, si consideramos los conectores entre las diversas circunvoluciones, la distancia que deben recorrer no hace más que aumentar por efecto de la complejidad de las circunvoluciones. Por lo tanto, el cerebro humano será bastante eficiente en cuanto a conectores de corta distancia, pero bastante ineficaz en cuanto a líneas principales de larga distancia. Esto significa que, en caso de un atasco de tráfico, los procesos que afectan a partes del cerebro bastante remotas entre sí son los primeros que sufren. Es decir que los procesos que implican varios centros, varios procesos motores y un número considerable de áreas asociativas, son los menos estables en casos de alienación. Son precisamente los procesos que normalmente calificamos de superiores, con lo cual obtenemos otra confirmación de la tesis que parece verificarse con la experiencia: los procesos superiores se deterioran antes en la alienación mental.

Existen pruebas de que las vías cerebrales de larga distancia muestran tendencia a discurrir fuera del espacio cerebral y a atravesar los centros inferiores. La prueba es la notablemente reducida lesión que se produce al cortar algunos «loops» a larga distancia de la sustancia blanca. Es como si esas conexiones superficiales fueran tan inadecuadas que sólo realizaran una pequeña parte de las conexiones realmente necesarias.

En relación con esto, son interesantes los fenómenos del uso de una u otra mano y el de dominancia hemisférica. El ambidextrismo se produce en los mamíferos inferiores, aunque es menos visible que en el hombre, probablemente, en parte, por el menor grado de organización y habilidad exigido por las tareas que realizan. No obstante, la lateralidad derecha o izquierda en la habilidad muscular parece ser menor que en el hombre, incluso en los primates inferiores.

Es bien conocido el predominio del uso de la mano derecha en cualquier persona normal, y generalmente se asocia al predominio del cerebro izquierdo, mientras que el predominio de la mano izquierda, en una minoría de personas, está relacionada con la dominancia del cerebro derecho. Es decir, que las funciones cerebrales no están distribuidas uniformemente en ambos hemisferios, y uno de ellos, el dominante, se lleva la parte del león en las funciones superiores. Cierto que muchas funciones esencialmente bilaterales —las que implican los campos visuales, por ejemplo— están representadas en su hemisferio apropiado, aunque no es así para *todas*. Sin embargo, la mayoría de las áreas «superiores» están localizadas en el hemisferio dominante. Por ejemplo, en un adulto, el efecto de la lesión extensiva en el hemisferio secundario es mucho menos grave que el efecto de una lesión similar en el hemisferio dominante. Pasteur sufrió, a una edad relativamente temprana en su carrera, una hemorragia cerebral en el lado derecho, cuya secuela fue un grado moderado de parálisis unilateral, una hemiplejía. Al morir, la autopsia cerebral reveló que padecía una lesión del lado derecho tan extensiva que se juzgó que, a partir del accidente vascular, «sólo tenía medio cerebro». Había sin duda lesiones masivas en las regiones parietal y temporal, pero, a pesar de ello, después de aquella hemorragia, realizó algunos de sus más célebres trabajos. Una lesión similar en el cerebro izquierdo de un adulto que utilizara prioritariamente la mano derecha, habría resultado fatal y sin duda el paciente habría quedado reducido a un estado animal de invalidez mental y nerviosa.

Se dice que la situación es notablemente mejor en la primera infancia y que, en los seis primeros meses de la vida, una lesión masiva del hemisferio dominante obliga al hemisferio secundario ileso a sustituirle y así el paciente parece mucho más normal de lo que habría evidenciado si la lesión se hubiera producido más tarde. Esto corrobora notablemente la gran plasticidad que muestra el sistema nervioso en las primeras semanas después de nacer y la gran rigidez que tan rápidamente se desarrolla a continuación. Es posible que, a excepción de lesiones graves, el uso de una mano u otra sea razonablemente flexible en los niños muy pequeños. Sin embargo, mucho antes de que el niño tenga la edad escolar, queda establecido para toda la vida el uso natural predominante de una mano y la dominancia hemisférica. Se pensaba que ser zurdo era un inconveniente social grave y, dado que

las herramientas, los pupitres y el equipamiento deportivo están fundamentalmente diseñados para los que preferentemente usan la mano derecha, lo es hasta cierto punto, pero sucede además que antiguamente, se veía esta opción con cierto recelo supersticioso vinculado a tantas otras variantes menores de la norma humana, como pueden ser los antojos o el pelo rojo. Por una serie de motivos, muchas personas han intentado y logrado cambiar la habilidad externa manual de sus hijos con métodos educativos, aunque, naturalmente, no modificaron la base fisiológica de la dominancia hemisférica. En estos casos se pudo comprobar que, en muchísimas ocasiones, estos tránsfugas hemisféricos experimentaron tartamudez y otros defectos de habla, lectura y escritura, al extremo de afectar gravemente a su futuro laboral y social.

Actualmente podemos dar al menos una posible explicación al fenómeno. Con la educación de la mano secundaria se ha producido una educación parcial de la porción del hemisferio secundario que rige los movimientos especializados, como es la escritura. Pero, como estos movimientos se realizan de un modo notablemente vinculado a la lectura, al habla y a otras actividades inseparablemente relacionadas con el hemisferio dominante, las cadenas neuronales que intervienen en esta clase de procesos discurren por un doble itinerario entre un hemisferio y otro, y en un proceso de cierta complejidad deben hacerlo una y otra vez. Ahora bien, los conectores directos entre ambos hemisferios —las comisuras cerebrales— en un cerebro de tamaño adulto son tan escasas que de poco sirven, y el tráfico interhemisférico debe buscar vías indirectas a través del tallo cerebral, vías que no conocemos bien, pero que son sin duda largas, escasas y sujetas a interrupción. En consecuencia, los procesos asociados al habla y a la escritura seguramente se ven envueltos en atascos de tráfico y, por tanto, el tartamudeo es la cosa más natural del mundo.

En resumen: el cerebro humano es probablemente demasiado grande para que usemos de una manera eficaz todos los recursos de que está dotado anatómicamente. En un gato, la destrucción del hemisferio dominante produce relativamente menos lesión que en el hombre, y la destrucción del hemisferio secundario, una lesión probablemente mayor. En cualquier caso, la distribución de funciones en ambos hemisferios es más igualada. En el hombre, las ventajas del aumento de tamaño y complejidad cerebral quedan en parte contrarrestadas por el hecho de que

sólo podemos utilizar eficazmente menor parte del órgano de una sola vez. Es interesante señalar que tal vez nos enfrentemos a una de esas limitaciones de la naturaleza por la que los órganos altamente especializados alcanzan un nivel de declive de eficacia y conducen en último extremo a la extinción de la especie. El cerebro humano puede estar tan avanzado en su camino hacia la especialización destructiva como los grandes cuernos nasales de los últimos titanotéridos.

VIII
Información, lenguaje y sociedad

El concepto de organización, cuyos elementos son a la vez pequeñas organizaciones, no es nuevo ni desconocido. Las federaciones libres de la antigua Grecia, el Sacro Imperio Romano y sus equivalentes contemporáneos de constitución feudal, los cantones suizos juramentados, las Netherlands Unidas, los Estados Unidos de América, los numerosos Estados Unidos al Sur de éstos, la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas, son otros tantos ejemplos de jerarquías y organizaciones a nivel político. El Leviatán de Hobbes, el Hombre-Estado formado por infrahumanos, ilustra la misma idea a un nivel más bajo en la escala, mientras que el tratamiento dado por Leibniz al organismo vivo, como un *plenum*, en el que viven otros organismos vivos, como los corpúsculos sanguíneos, es otro paso en la misma dirección. En realidad es una simple anticipación filosófica de la teoría celular, según la cual la mayoría de animales y plantas están formados por unidades, células, que poseen muchos, si no todos, de los atributos del organismo vivo autónomo. Los organismos multicelulares son a su vez los ladrillos de organismos superiores, tal como el «guerrero portugués» que es una compleja estructura de pólipios celentéreos diferenciados, en la que los distintos individuos que la componen están diversamente modificados para ocuparse de la nutrición, el apoyo, la locomoción, la excreción, la reproducción y la ayuda a toda la colonia.

Hablando en puridad, una colonia conjunta física como ésta no plantea objeciones organizativas filosóficamente más profundas que las que se observan a un nivel de individualismo más bajo. Es muy distinto en el caso del hombre y los otros animales sociales, las hordas de mandriles o la manada de reses, las colonias de castores, las colmenas de abejas, los nidos de avispas o los hormigueros. El grado de integración vital de la comunidad

puede perfectamente aproximarse al nivel que se observa en un solo individuo, aunque el individuo tenga probablemente un sistema nervioso fijo, con relaciones topográficas permanentes, mientras que la comunidad está formada por individuos con relaciones cambiantes en el espacio y en el tiempo, y relaciones físicas no permanentes ni inalterables. Todo el tejido nervioso de la colmena se reduce al tejido nervioso de una sola abeja. Entonces, ¿cómo actúa el enjambre al unísono y de una forma colectiva muy variable, adaptada y organizada? Es evidente que el secreto está en la intercomunicación de sus miembros.

Esta intercomunicación puede variar enormemente en complejidad y contenido. En el hombre alcanza toda la complejidad del lenguaje y la literatura, y otras muchas cosas. En las hormigas no rebasa probablemente unos cuantos olores; es muy improbable que una hormiga distinga a una congénere de otra, lo que sí distingue es una de su propio hormiguero de otra que no pertenece a él y, en consecuencia, coopera con aquélla y destruye a ésta. Aparte de unas cuantas reacciones externas de este tipo, la hormiga tiene una mente casi tan uniformizada y limitada por la quitina como su cuerpo. Es lo que cabe esperarse *a priori* de un animal cuya fase de crecimiento y fase de aprendizaje, hasta un límite bastante importante, están rígidamente separadas de la fase de actividad madura. Los únicos medios de comunicación distinguibles en ellas son tan generales y difusos como el sistema hormonal de comunicación interno. Efectivamente, el olfato, uno de los sentidos químicos, por general y unidireccional que sea, no es distinto a las influencias hormonales internas.

Señalemos entre paréntesis que el almizcle, la algalia, el castóreo y sustancias de atracción sexual semejantes de los mamíferos pueden considerarse hormonas externas comunitarias; indispensables, en particular en los animales solitarios, para el acoplamiento sexual en el momento oportuno y para la continuación de la especie. Con esto no pretendo afirmar que la acción interna de estas sustancias, una vez que llegan al órgano olfativo, sea más hormonal que nerviosa. Es difícil imaginar que pueda ser puramente hormonal en cantidades tan pequeñas como las que se perciben; por otra parte, sabemos poco sobre la acción hormonal para negar la posibilidad de actividad hormonal de cantidades tan ínfimas de este tipo de sustancias. Además, los anillos largos y retorcidos de los átomos de carbono que se observan en el almizcle y la algalia no requieren mucha recombinación para for-

mar la estructura de anillos enlazados característicos de las hormonas sexuales, algunas vitaminas y ciertos carcinógenos. No me atrevo a pronunciarme sobre esta cuestión. Dejémosla como una interesante especulación.

Los olores que percibe la hormiga inducen un comportamiento altamente estándar, pero el valor de un solo estímulo, como puede ser un olor, depende, para vehicular información, no sólo de la información transmitida por el propio estímulo, sino también de toda la constitución nerviosa del emisor y el receptor. Supongamos que voy por una selva con un salvaje inteligente que no habla mi idioma y cuyo lenguaje tampoco hablo yo. Lo único que necesito es estar atento a los momentos en que haga gestos de emoción o de interés. Entonces miraré a mi alrededor poniendo particular atención al sitio donde él dirige la mirada para fijar en mi memoria lo que veo u oigo. No tardaré mucho en descubrir las cosas que para él son importantes, no porque me las haya comunicado con el lenguaje, sino porque yo mismo las he observado. En otras palabras, una señal sin contenido intrínseco puede cobrar sentido en su mente merced a lo que observa en ese momento, y cobra sentido en mi mente por lo que observo en ese momento. La habilidad que tenga para elegir los momentos de mi particular atención activa, es en sí un lenguaje tan variado en posibilidades como la gama de impresiones que los dos somos capaces de abarcar. Por lo tanto, los animales sociales cuentan con medios de comunicación flexibles, activos e inteligentes, mucho antes del desarrollo del lenguaje.

Independientemente de los medios de comunicación que pueda tener la especie, se puede definir y medir la cantidad de información que ésta capta, diferenciándola de la cantidad de información que percibe un solo individuo. Naturalmente, la información que capta el individuo no la percibe la especie si no modifica el comportamiento entre los distintos individuos que la forman, ni ese comportamiento deviene de importancia específica para la especie si no es diferenciable de otras formas de comportamiento para los otros individuos. Por lo tanto, la cuestión de si una determinada información es específica de la especie o puramente individual, depende de si los resultados que ejerce sobre el individuo que asume una determinada actividad hacen que ésta sea reconocida como una forma de actividad distinta por los otros miembros de la especie, en el sentido de que a su vez afecta a su propia actividad y así sucesivamente.

He hablado de la especie, cuando en realidad es un término excesivamente amplio para el marco de la mayor parte de la información comunitaria. Hablando con propiedad, la comunidad abarca sólo el espacio por el que se lleva a cabo una transmisión eficaz de información. Se puede dar una medida del tamaño efectivo de un grupo comparando el número de decisiones que entran en él con el número de decisiones que se dan dentro de él, y así medir su autonomía. Una medida del tamaño efectivo de un grupo nos la da el tamaño necesario que requiere para lograr un determinado estado de autonomía.

Un grupo puede disponer de más información de grupo o de menos información de grupo que sus miembros. Un grupo de animales no sociales reunidos temporalmente contiene poca información de grupo, aunque sus miembros posean mucha información como individuos. Esto se debe a que muy poco de lo que hace un miembro lo advierten los demás ni actúa sobre ellos de una forma que exceda a su condición de grupo. Por el contrario, el organismo humano contiene muchísima más información que cualquiera de las células que lo componen. Por lo tanto, no hay una relación necesaria en este sentido entre la cantidad de información de la especie, la tribu o la comunidad y la cantidad de información perceptible al individuo.

Como en el caso del individuo, no toda la información que puede captar la especie en un determinado momento es accesible sin un esfuerzo especial. Existe una tendencia bien conocida en las bibliotecas a sufrir atascos por efecto de su propio volumen; en las ciencias, a desarrollar tal grado de especialización que el titulado suele ser un analfabeto fuera de su reducido coto de saber. El Dr. Vannevar Bush ha sugerido el empleo de ayudas mecánicas para la localización de los volúmenes según epígrafes muy amplios. Probablemente podrían utilizarse, pero su eficacia resultará limitada por la imposibilidad de clasificar un libro bajo un epígrafe poco corriente a menos que alguien haya reconocido antes la importancia de dicho epígrafe para ese libro en concreto. En el caso en que dos temas recurran a las mismas técnicas y sustrato intelectual, perteneciendo a campos muy distintos, haría falta aún un tercer individuo con un interés universal casi leibniziano.

En relación con la cantidad efectiva de información comunitaria, uno de los hechos más sorprendentes relativos a la política estatal es su extrema carencia de procesos homeostáticos

eficaces. Existe la creencia, común en muchos países —que en los Estados Unidos ha adquirido rango de artículo de fe— de que la libre competencia es en sí un proceso homeostático: de que, en el libre mercado, el egoísmo individual de los comerciantes que procuran vender lo más posible y comprar lo menos posible se traduce en definitiva en una estabilidad dinámica de los precios que redunda en la mejoría del bien común. Esto va asociado a la reconfortante opinión de que el empresario privado, al intentar mejorar su propio interés, es en cierto modo una especie de benefactor público y por lo tanto merecedor de los importantes premios que la sociedad le ha deparado. Desgraciadamente las pruebas desmienten esta teoría simplista. El mercado es un juego cuyo simulacro está efectivamente representado en el juego del «Monopolio». En consecuencia, se halla estrictamente condicionado a la teoría general de juegos desarrollada por von Neumann y Morgenstern. La teoría se fundamenta en la suposición de que cada jugador, en cada una de las fases y a la vista de la información de que dispone, juega siguiendo un planteamiento totalmente inteligente que al final le garantiza las máximas posibilidades de premio. Es el juego del mercado jugado entre operadores perfectamente inteligentes, perfectamente despiadados. Incluso en el caso de dos jugadores, y en la abrumadora mayoría de casos en que hay muchos jugadores, el resultado es extremadamente imprevisible e inseguro. Cada jugador se ve obligado por su propia codicia a formar coaliciones, pero estas coaliciones generalmente no se establecen de una forma simple y concreta y suelen desembocar en una serie de traiciones, chaqueteos y engaños, lo que es realmente una imagen perfectamente verídica de la vida en las altas esferas capitalistas, o de las estrechamente vinculadas esferas políticas, diplomáticas y militares. A largo plazo hasta el más brillante chalaneador carente de principios se cansa del juego y decide vivir en paz con los demás, y los grandes premios quedan para el que espera el momento oportuno de romper el acuerdo y engañar a sus asociados. No hay ninguna homeostasis. Nos encontramos arrastrados por los ciclos económicos del auge y la bancarrota, por esa alternancia de dictadura y revolución, por las guerras que todos perdemos, característica tan propia de los tiempos modernos.

Naturalmente, el esbozo de von Neumann del jugador que se comporta como una persona totalmente inteligente y despiadada es una abstracción y adulteración de los hechos. Es raro encon-

trar un grupo de personas jugando juntas con igual inteligencia y carencia de principios. Cuando los bribones se juntan, suele haber incautos y, cuando hay un número importante de incautos, éstos componen un objeto de explotación aún más apetitoso para los pillos. La psicología del incauto se ha convertido en un tema al que prestan gran interés los bribones. En lugar de buscar su propio interés último, según el comportamiento de los jugadores de von Neumann, el incauto opera de un modo que es, con gran margen, tan previsible como los esfuerzos de una rata en un laberinto. *Esta* política de mentiras —o mejor dicho, de afirmaciones irrelevantes respecto a la verdad— le hacen comprar una determinada marca de cigarrillos; *esa* política le inducirá —o al menos así lo esperan los demás jugadores— a votar por un candidato —cualquiera que sea— o a unirse a una caza de brujas política. Una cierta mezcla de religión, pornografía y pseudocientifismo sirve para vender una revista ilustrada. Cierta mezcla de engatusamiento, soborno e intimidación inducen a un joven científico a trabajar en los misiles dirigidos o en la bomba atómica. Para determinar las dosis tenemos la maquinaria de las tasas de audiencia, sondeos electorales, muestreos de opinión y otras investigaciones psicológicas; y, además, siempre están los estadísticos, sociólogos y economistas que venden sus servicios para estos menesteres.

Afortunadamente estos mercaderes de mentiras, estos explotadores de la credulidad, no han llegado aún a tal cúmulo de perfección para conseguir lo que se proponen. La razón es que nadie es totalmente incauto o bribón. El hombre medio es bastante inteligente en los temas que puede observar directamente y bastante altruista en cuestiones de bien público o sufrimiento privado que pueda contemplar con sus propios ojos. En la población de un país pequeño con un buen desarrollo que ha actuado como factor de acceso a niveles relativamente uniformes de inteligencia y conducta, existe un respetable índice de atención a los desafortunados sociales, la administración de carreteras y otros servicios públicos, y de tolerancia para con los que han delinquido una o dos veces contra la sociedad. Después de todo, son personas que existen y con las que el resto de la sociedad tiene que seguir viviendo. Por otra parte, una comunidad de este tipo no es propicia para que el individuo desarrolle el hábito de engañar a sus semejantes. Siempre hay modos de hacerle sentir el peso de la opinión pública y, al cabo de un tiempo,

ésta le resultará tan opresiva, tan ineludible y restrictiva que se verá obligado en defensa propia a abandonar la comunidad.

Por lo tanto, las comunidades reducidas muy unidas representan una notable medida de homeostasis; y esto, independientemente de que sean comunidades muy cultas de un país civilizado o pueblos de salvajes primitivos. Por extrañas e incluso repugnantes que puedan parecernos las costumbres de pueblos bárbaros, poseen generalmente una utilidad homeostática muy concreta que corresponde en parte interpretar a los antropólogos. Sólo en la comunidad grande, en la que los Señores de las Cosas tal como son se protegen contra el hambre mediante la riqueza, contra la opinión pública mediante la privacidad y el anonimato, de la crítica particular mediante las leyes antilibelo y el monopolio de los medios de comunicación, alcanza esa crueldad niveles insospechados. De todos esos factores anti-homeostáticos que existen en la sociedad, el control de los medios de comunicación es el más eficaz e importante.

Una de las lecciones de este libro es que cualquier organismo mantiene su coherencia de acción merced a la posesión de medios para la adquisición, uso, retención y transmisión de la información. En una sociedad demasiado grande para el contacto directo entre sus miembros, esos medios son la prensa, tanto libros como periódicos, la radio, el sistema telefónico, el telégrafo, correos, el teatro, el cine, las escuelas y la Iglesia. Aparte de su importancia intrínseca como medios de comunicación, cada uno de ellos desempeña otras funciones secundarias. Los periódicos son vehículo de anuncios e instrumento de beneficio económico para sus propietarios, del mismo modo que el cine y la radio. La escuela y la Iglesia no son simples refugios para el estudiante y el santo, sino también la sede del Gran Educador y del Obispo. Un libro que no dé dinero al editor difícilmente se edita y desde luego no se reedita.

En una sociedad como la nuestra, explícitamente basada en la compra y venta, en la que todos los recursos naturales y humanos están considerados como propiedad absoluta del primer negociante con suficiente arrojo para explotarlos, esos aspectos secundarios de los medios de comunicación tienden a primar cada vez más sobre los primarios. A ello contribuye la propia elaboración y el consumo consiguiente de los propios medios. Un periódico rural emplea sus propios reporteros para cubrir la información en los pueblos aledaños recogiendo los sucesos, pero

compra las noticias nacionales, sus coordenadas socioeconómicas y sus opiniones políticas, en forma de «paquete» estereotipado. La radio depende económicamente de sus anunciantes y, como en todas partes, quien paga manda. Las grandes agencias de noticias cuestan demasiado para un editor modesto. Los editores publican libros que resulten aceptables para un determinado círculo de lectores que adquiera el grueso de una edición importante. El decano, el obispo, aun cuando no tengan ambiciones personales de poder, tienen que dirigir instituciones costosas y sólo encuentran dinero donde lo hay.

En consecuencia, por todos lados existe una triple constricción de los medios de comunicación: la eliminación de los menos rentables en favor de los más rentables; el hecho de que estén en manos de una clase muy reducida de personas pudientes y por lo tanto expresan la opinión de dicha clase; y, además, el hecho de que, como consecuencia principal del poder político y personal, atraen a los que ambicionan ese poder. El sistema que más que ningún otro podría contribuir a la homeostasis social se halla en manos de los más interesados en el juego del poder y el dinero, que, como hemos visto, es uno de los principales factores sociales anti-homeostáticos. No es de extrañar que las grandes comunidades, sujetas a su influencia antisolidaria contengan menos información comunitaria que las comunidades pequeñas, por hablar de los elementos humanos de que están compuestas todas las comunidades. Igual que la manada de lobos, aunque esperemos que en menor grado, el Estado es más estúpido que la mayoría de sus miembros.

Esto va a contracorriente de una tendencia muy difundida entre la mayoría de los ejecutivos, directores de grandes laboratorios y gente así, que suponen que porque la comunidad es mayor que el individuo, es también más inteligente. La opinión se basa en parte en una complacencia más que pueril en lo grande y abundante, y en parte en la confianza en las posibilidades positivas de una gran organización. Pero nada más falso, pues sólo significa estar aguardando con codicia la ocasión tras las vacas gordas.

Hay otro grupo formado por los que no ven nada bueno en el desbarajuste de la sociedad moderna y que, por su convencimiento optimista de que tiene que existir una salida, han llegado a sobreestimar los posibles elementos homeostáticos de la sociedad. Por mucho que simpaticemos con estos individuos y com-

prendamos el dilema emocional que les aflije, no podemos atribuir valor a esta clase de buenos deseos. Es el tipo de pensamiento de los ratones enfrentados al problema de poner el cascabel al gato. Qué duda cabe que sería muy agradable para nosotros, ratones, que los gatos depredadores de este mundo tuvieran cascabel, pero ¿quién se lo pone? ¿Quién nos asegura que el poder despiadado no se abrirá camino para volver a manos de los que más lo codician?

Menciono esto con motivo de las esperanzas notables, y falsas creo yo, que alimentan algunos amigos míos con respecto a la eficacia social de las nuevas formas de pensamiento que este libro pueda contener. Ellos están convencidos de que nuestra capacidad de control del entorno material ha sobrepasado enormemente el control que ejercemos sobre el entorno social y nuestro conocimiento del mismo. Por lo tanto, consideran que el cometido principal en un futuro inmediato es ampliar a los campos de la antropología, la sociedad y la economía los métodos de las ciencias naturales, con la esperanza de lograr un éxito equiparable en el campo social. Por creerlo necesario llegan a creerlo posible. En esto, insisto, muestran un optimismo desmedido y un desconocimiento de la naturaleza del progreso científico.

Todos los grandes logros científicos concretos han tenido lugar en campos en los que existe un alto nivel concreto de aislamiento del fenómeno respecto al observador. Hemos visto, en el caso de la astronomía, que ello puede ser consecuencia de la enorme escala de ciertos fenómenos en relación con el hombre, por lo que los ingentes esfuerzos humanos, y no hablemos ya de la simple observación, no pueden causar la más mínima impresión visible en el firmamento. Por el contrario, en la física atómica moderna, la ciencia de lo indefiniblemente diminuto, es cierto que cualquier cosa que hagamos ejerce una influencia sobre muchas partículas individuales que es grande *desde el punto de vista de esa partícula.* Pero nosotros no vivimos en la escala de esas partículas, ni en el espacio ni en el tiempo, y los acontecimientos que pueden ser de enorme importancia desde el punto de vista de un observador acorde con su escala, nos parecen —cierto que con algunas excepciones, como sucede en los experimentos en la cámara de niebla de Wilson— tan sólo efectos promedio masivos en los que intervienen enormes poblaciones de partículas. En lo que respecta a estos efectos, los intervalos de tiempo correspondientes son grandes desde el punto de vista

de la partícula individual y su movimiento, y nuestras teorías estadísticas cuentan en ellos con una base muy adecuada. En resumen, somos demasiado pequeños para influir en el curso de las estrellas y demasiado grandes para preocuparnos tan sólo de los efectos masivos de moléculas, átomos y electrones. En ambos casos llegamos a una compenetración lo bastante ambigua con los fenómenos que estudiamos para poder dar un resumen general exhaustivo de la misma, a pesar de que dicha compenetración no sea lo suficientemente ambigua que nos permita ignorarla del todo.

Es en las ciencias sociales en las que la interacción entre en los fenómenos observados y el observador es sumamente difícil de minimizar. Por un lado, el observador puede ejercer notable influencia en los fenómenos que se le presentan. Con todo respeto para la inteligencia, habilidad y honradez de miras de mis amigos antropólogos, no puedo admitir que cualquier comunidad de las que han investigado ellos sea ya la misma después de la experiencia. Muchos misioneros han fijado su propia interpretación incorrecta de una lengua primitiva como ley eterna al reducirla a un proceso escrito. Hay muchas cosas en los hábitos sociales de la gente que se diluyen y quedan distorsionadas por el simple hecho de plantear preguntas sobre ello. En un sentido distinto de lo que generalmente quiere entenderse por *traduttore traditore*.

Por otro lado, el científico social no posee la ventaja de contemplar a sus sujetos desde la altura intangible de la eternidad y la ubicuidad. Puede que haya una sociología de masas del animáculo humano, observado en un frasco como se hace con las poblaciones de *Drosophila*, pero no es una sociología en la que nosotros, que somos animáculos humanos, estemos particularmente interesados. No nos preocupan demasiado los altibajos humanos, los placeres y sufrimientos, *sub especie aeternitatis*. Vuestros antropólogos informan sobre las costumbres asociadas a la vida, la educación, la profesión y la muerte de personas cuya escala vital es muy igual a la suya. Vuestros economistas muestran sumo interés en predecir los ciclos económicos que se producen en el tiempo inferior a una generación, o, que al menos, tienen repercusiones que afectan a un individuo diferencialmente en distintas fases de su carrera, pero pocos filósofos o políticos actuales limitarían sus investigaciones al mundo de las Ideas de Platón.

En otras palabras, en las ciencias sociales tenemos que tratar series estadísticas cortas y tampoco podemos estar seguros de que parte considerable de lo que observamos no sea un artefacto de nuestra propia creación. Una investigación sobre la bolsa seguramente conmocionaría a la bolsa. Estamos demasiado condicionados por los objetos que investigamos para ser científicamente objetivos. En resumen, independientemente de que nuestras investigaciones en ciencias sociales sean estadísticas o dinámicas —y opino que se debería emplear un método combinatorio—, nunca valdrán más de unos cuantos decimales y únicamente pueden facilitarnos una cantidad de información verificable y significativa que pueda compararse con lo que hemos aprendido a esperar de las ciencias naturales. No podemos descartarlas, pero tampoco debemos hacernos exageradas esperanzas sobre sus posibilidades. Tenemos que dejar mucho, nos guste o no, en manos del método narrativo a-«científico» del historiador profesional.

----*

Nota

Hay una cuestión que por su índole pertenece a este capítulo, aunque no represente en absoluto una culminación de la argumentación del mismo. Se trata de si es posible construir una máquina de jugar al ajedrez, y si esta clase de habilidad representa una diferencia esencial entre las potencialidades de la máquina y la mente. Obsérvese que no necesitamos plantear el interrogante de si es posible construir una máquina que realice un juego óptimo en el sentido de von Neumann. Ni siquiera el mejor cerebro humano se aproxima a esto. Por otra parte, qué duda cabe de que se puede construir una máquina que juegue al ajedrez en el sentido de seguir las reglas del juego, independientemente de la calidad de la partida. Esto en esencia no es más difícil que construir un sistema de señales interconexas para una torreta ferroviaria. El verdadero problema se da en un paso intermedio: construir una máquina que muestre oposición interesada a un jugador en alguno de los muchos niveles en que los ajedrecistas humanos se encuentran.

Yo creo que se puede construir un aparato relativamente ru-

dimentario, pero no por ello trivial. La máquina debe ser capaz de jugar —a la máxima velocidad posible— todos sus propios movimientos admisibles y todas las respuestas admisibles del adversario con dos o tres jugadas de anticipación. A cada secuencia de movimientos le asignaría un determinado valor convencional. Por ejemplo, al jaque mate, el más bajo; mientras que, cuando pierde piezas, come piezas del adversario, da jaque, y otras situaciones reconocibles, registra valores no muy distintos a los que atribuyen los buenos jugadores a estos casos. La primera de toda una secuencia de movimientos recibiría una evaluación muy parecida a la que se le asigna en la teoría de von Neumann. En la fase en que la máquina tenga que jugar de nuevo y el adversario otra vez, la evaluación que hace la máquina de la jugada es la evaluación mínima de la situación después de que el adversario haya efectuado todas las jugadas posibles. En la fase en que la máquina tenga que jugar dos veces y el adversario dos veces, la evaluación que hace la máquina de la jugada es el mínimo en relación con la primera jugada del adversario de máximo valor con respecto a las jugadas de la máquina en la fase en que sólo se suceden una jugada del adversario y una jugada de la máquina. Este proceso puede ampliarse hasta el caso en que cada jugador efectúe tres jugadas y así sucesivamente. Luego la máquina elige cualquiera de las jugadas que dé máxima evaluación para la fase de *n* jugadas futuras, en la que *n* tiene el valor que le haya atribuido al diseñador de la máquina. De este modo prosigue el juego indefinidamente.

Esta clase de máquina no sólo jugaría un ajedrez legal, sino un ajedrez tan malo que sería ridículo. En cualquier fase, si hubiera un mate posible en dos o tres movimientos, la máquina lo daría; y, si fuera posible evitar un mate del adversario en dos o tres movimientos, la máquina lo evitaría. Probablemente ganaría a un jugador mediocre o descuidado, pero desde luego perdería con un jugador atento o bastante experto. En otras palabras, la máquina podría ser tan buen jugador como la gran mayoría de los seres humanos. Esto no significa que alcanzase el nivel de habilidad de la máquina fraudulenta de Maelzel, pero sí que alcanzaría un buen nivel de habilidad en el juego.

Parte II
Capítulos suplementarios
1961

IX
Sobre máquinas que aprenden y se autorreproducen

Dos de los fenómenos que consideramos característicos de los sistemas vivos son su capacidad de aprendizaje y de reproducción. Estas propiedades, distintas en apariencia, están íntimamente relacionadas. Un animal que aprende es un animal capaz de ser transformado por su entorno anterior dentro de su plazo de vida específico. Un animal que se multiplica es capaz de crear otro animal a su propia imagen, al menos de forma aproximada, aunque no tan semejante que no varíe con el transcurso del tiempo. Si esta variación es hereditaria, tenemos la materia prima con que opera la selección natural. Si la invariabilidad hereditaria afecta a modos de comportamiento, entre los distintos patrones de conducta que se propagan, los ventajosos para la continuidad de la especie se fijan, y los adversos se eliminan. El resultado es una especie de aprendizaje filogenético específico, por contraste con el aprendizaje ontogenético del individuo. Aprendizaje ontogenético y filogenético constituyen modalidades de adaptación del animal al entorno.

Tanto el aprendizaje ontogenético como el filogenético, y desde luego éste, se dan no sólo en animales y plantas, sino también en todos los organismos que bajo cualquier aspecto podamos considerar vivos. Sin embargo, el grado de importancia de estas dos formas de aprendizaje varía enormemente en las distintas clases de seres vivos. En el hombre, y en menor medida en los otros mamíferos, el aprendizaje ontogenético y la adaptabilidad individual alcanzan sus más altos niveles. Puede decirse, en efecto, que gran parte del aprendizaje filogenético humano se ha destinado a establecer la posibilidad de un buen aprendizaje ontogenético.

Señala Julian Huxley, en su importante trabajo sobre la

mente de los pájaros[1], que éstos poseen una capacidad pequeña de aprendizaje ontogenético. Algo parecido sucede con los insectos, y en ambos casos podemos asociarlo a las terribles demandas que el vuelo impone al individuo y la consiguiente desviación de capacidades nerviosas que por imperativo se aplican al aprendizaje ontogenético. Complicados como son los patrones de conducta de las aves —en el vuelo, en el cortejo, en el cuidado de las crías y en la construcción del nido—, los realizan correctamente desde la primera ocasión sin necesidad de gran cantidad de instrucción por parte de la madre.

También es oportuno dedicar un capítulo de este libro a estos dos temas relacionados. ¿Pueden las máquinas construidas por el hombre aprender y autorreproducirse? Intentaremos mostrar en este capítulo que efectivamente pueden aprender y autorreproducirse, exponiendo la técnica que requieren tales actividades.

El proceso más simple es el del aprendizaje, y en este campo es en el que más se ha avanzado tecnológicamente. Hablaré aquí en particular de las máquinas jugadoras que aprenden datos que les permiten mejorar la estrategia y tácticas de su funcionamiento, basándose en la experiencia.

Existe una teoría sobre el desarrollo de los juegos, la teoría de von Neumann[2]. Es preferible considerar el planteamiento a partir del final de la partida en vez de desde el principio. En la última jugada de la partida, el jugador se esfuerza en lo posible por realizar un movimiento para ganar y, en caso contrario, un movimiento de empate. El contrincante, en la fase previa, trata de efectuar una jugada que impida al adversario llevar a cabo un movimiento ganador o de tablas. Si en esa fase él mismo puede efectuar un movimiento ganador, lo hará, y éste ya no será el penúltimo sino el último de la partida. El oponente intentará en el movimiento anterior actuar de tal modo que los mejores recursos de su adversario no le impidan acabar con un movimiento ganador, y así sucesivamente hacia atrás.

Hay juegos, como el de las tres en raya, en los que se sabe de antemano la estrategia y es posible iniciar ese planteamiento

1. Huxley, J., *Evolution: The modern Synthesis*, Harper Bros., Nueva York, 1943.

2. Von Neumann, J., y O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, N.J., 1944.

desde el principio. Cuando es factible, es el mejor modo de llevar el juego. Sin embargo, en muchos juegos, como sucede en las damas y el ajedrez, no disponemos de datos previos suficientes para operar con una estrategia de este tipo, y lo único que se puede hacer es llevarla a cabo por aproximación. El tipo de teoría aproximativa de von Neumann tiende a inducir al jugador a actuar con suma cautela, asumiendo que su adversario es un maestro consumado.

Sin embargo, es una actitud no siempre justificada. En la guerra, que es una especie de juego, esta actitud conduciría generalmente a una acción indecisa que en muchos casos apenas sería mejor que una derrota. Citaré dos ejemplos históricos. Cuando Napoleón combatía a los austríacos en Italia, parte de su eficacia se basaba en que conocía el criterio bélico austríaco, dogmático y tradicional, por lo que estaba bastante justificado suponer que ellos no serían capaces de aprovechar los nuevos métodos bélicos de decisión inevitable desarrollados por los soldados de la Revolución francesa. Cuando Nelson se enfrentaba a las flotas aliadas de Europa, tenía la ventaja de luchar con una máquina naval de probada eficacia con la que se habían desarrollado métodos de raciocinio que sus enemigos, como bien sabía, eran incapaces de aplicar. Si no hubiera aprovechado aquella ventaja, en lugar de actuar tan cautelosamente como hubiera debido actuar ante un enemigo de igual experiencia naval, habría ganado a la larga, pero no habría podido hacerlo tan rápida y decisivamente como para establecer el bloqueo naval, factor decisivo de la caída de Napoleón. En ambos casos, el factor principal lo constituyeron los datos conocidos sobre el mando y los adversarios, con arreglo a como se habían registrado estadísticamente en las acciones pasadas, más que el intento de jugar el juego perfecto contra el adversario perfecto. La aplicación directa del método de la teoría de juegos de von Neumann habría resultado inútil en estos casos.

Tampoco los libros sobre teoría ajedrecística se escriben según la perspectiva de von Neumann, sino que son compendios de principios extraídos de la experiencia práctica desarrollada por jugadores que se enfrentan en partidas de alto nivel y gran reflexión; un sistema consiste en establecer ciertos valores o ponderaciones atribuibles a la pérdida de piezas, a la movilidad, al mando, al desarrollo y a otros factores que puedan variar conforme avanza el juego.

No es muy difícil construir máquinas que jueguen a esta clase

de ajedrez. La simple obediencia a las reglas del juego, de modo que sólo efectúen movimientos legales, es cosa fácil para la capacidad de máquinas computadoras bastante simples. No es, en efecto, difícil adaptar una máquina digital corriente a este cometido.

Ahora bien, surge la cuestión del planteamiento a seguir dentro de las reglas del juego. Cada evaluación de piezas, mando, movilidad, etc., puede intrínsecamente reducirse a términos numéricos, y una vez hecho, pueden utilizarse los axiomas de un manual ajedrecístico para determinar cuál es el mejor movimiento en las distintas fases. Se ha construido esta clase de máquinas y éstas desarrollan partidas bastante aceptables, aunque, por ahora, no logran desarrollar un juego de alto nivel.

Que el lector se imagine la situación de enfrentarse en una partida de ajedrez a una máquina de éstas. Para mayor imparcialidad, supongamos que juega por correspondencia sin saber que el adversario es una máquina semejante y, por consiguiente, carece de los prejuicios que ese dato podría inducir. Naturalmente, como siempre sucede en el ajedrez, se llega a elaborar un juicio sobre la personalidad del adversario, comprobándose que, cuando en el tablero se repite la misma jugada, su reacción es siempre la misma, con lo que se llegará a la conclusión de que posee una mentalidad muy rígida. Si alguna jugada contra él da buen resultado, funcionará siempre en las mismas circunstancias. De este modo no es muy difícil para un jugador hábil llegar a conocer y derrotar a su adversario mecánico.

No obstante, hay máquinas a las que no se derrota tan fácilmente. Supongamos que cada cierto número de jugadas la máquina se toma un descanso para dedicarse a otra cosa. Durante este intervalo no juega contra un adversario, sino que analiza todas las jugadas anteriores registradas en su memoria para determinar qué ponderación sobre las diversas evaluaciones de la importancia de las piezas, mando, movilidad y otros factores, presenta mayor probabilidad de triunfo. De este modo aprende, no sólo a partir de sus propios fallos, sino también de los éxitos del adversario. A continuación, sustituye sus primeras evaluaciones por las nuevas y sigue jugando en calidad de máquina nueva y mejor. Esta máquina ya no posee una personalidad inflexible, y los trucos que antes servían para ganarla, irán fallando. Pero es que, además, con el transcurso del tiempo, la máquina asume parcialmente el planteamiento de sus adversarios.

Todo esto es difícil de realizar en el ajedrez, y en realidad no se ha logrado un completo desarrollo de esta técnica para conseguir una máquina que juegue al ajedrez como un maestro. En el caso de las damas el problema es más sencillo, puesto que la homogeneidad de valor de las piezas reduce notablemente el número de combinaciones a considerar. Además, en parte como consecuencia de esta homogeneidad, el juego de damas está mucho menos dividido que el del ajedrez en etapas distintas. Incluso en las damas el principal problema de la fase final del juego no es ya comer piezas, sino entrar en contacto con el adversario de forma a quedar en posición de comerle a él piezas. De igual modo, la evaluación de movimientos en el ajedrez debe hacerse independientemente de las distintas fases. No sólo es la fase final distinta a la fase media en cuanto a las consideraciones fundamentales, sino que las aperturas deben centrarse más en situar las piezas en una posición de gran movilidad para ataque y defensa que en la fase media. El resultado es que no podemos sentirnos ni medianamente satisfechos con una evaluación uniforme de los diversos factores de ponderación del juego en conjunto, sino que hay que dividir el proceso de aprendizaje en varias fases distintas, y sólo entonces podemos esperar construir una máquina que aprenda y juegue al ajedrez como un maestro.

El establecimiento de un programa de primer orden, que puede ser lineal en ciertos casos, combinado a un programa de segundo orden, que utilice un segmento más extenso del pasado para la determinación de la estrategia a seguir en el programa de primer orden, es una idea que ya hemos mencionado anteriormente en relación con el problema de la predicción. El predictor utiliza el pasado inmediato del vuelo del avión como instrumento para la predicción del futuro merced a una operación lineal, pero la determinación de la operación lineal correcta es un problema estadístico en el que se recurre al largo pasado del vuelo y al pasado de muchos vuelos similares, para determinar la base estadística.

Los estudios estadísticos necesarios para utilizar un largo pasado en la determinación de la política a adoptar teniendo en cuenta el pasado corto, no son en absoluto lineales. En realidad, en el empleo de la ecuación de predicción de Wiener-Hopf[3], la

3. Wiener, N., *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, The Technology Press of M.I.T., y John Wiley and Sons, Nueva York, 1949.

determinación de los coeficientes de la misma se efectúa de un modo no lineal. En general, una máquina que aprende opera por medio de retroalimentación no lineal. La máquina jugadora de damas descrita por Samuel[4] y Watanabe[5] puede aprender para derrotar al que la programó de un modo bastante aceptable en base a unas 10 o 20 horas operativas de programación.

Las ideas filosóficas de Watanabe sobre el uso de máquinas programadoras son apasionantes. Por una parte, trata un método para demostrar un teorema geométrico elemental que debe resolverse de un modo óptimo con arreglo a determinados criterios de elegancia y simplicidad, como el juego de aprendizaje a realizar no contra un adversario, sino contra lo que denominaremos «coronel Bogey». Un juego similar que Watanabe está estudiando se juega con arreglo a la inducción lógica, aplicable si queremos establecer una teoría que sea óptima de un modo similar cuasi-estético en base a una evaluación de la economía, rectitud y factores de este tipo, mediante la determinación de la evaluación de un número finito de parámetros de libre elección. Cierto que se trata tan sólo de una inducción lógica limitada, pero merece la pena estudiarla.

Muchas modalidades de actividad competitiva, que generalmente no consideramos juegos, se esclarecen enormemente si les aplicamos la teoría de las máquinas jugadoras. Un ejemplo interesante es la lucha entre una mangosta y una serpiente. Como señala Kipling en *Rikki-Tikki-Tavi*, la mangosta no es inmune al veneno de la cobra, aunque hasta cierto punto se halla protegida por un pelaje erizado que dificulta la mordedura en vivo del reptil. Kipling continúa diciendo que la lucha es una danza con la muerte, un enfrentamiento de habilidad muscular y de agilidad. No existen motivos para pensar que los movimientos de la mangosta sean más rápidos y precisos que los de la cobra y, sin embargo, aquélla mata casi siempre a la cobra y sale inmune del combate. ¿Cómo lo hace?

Voy a dar una explicación que juzgo válida, por haber sido testigo presencial de uno de esos enfrentamientos y haber visto otros en cine. La mangosta inicia un amago que obliga a la cobra a atacar. La mangosta esquiva el golpe y efectúa otro amago, con

4. Samuel, A.L., «Some Studies in Machine Learning, Using the Game of Checkers», «IBM Journal of Research and Development», 3, 210-229 (1959).

5. Watanabe, S., «Information Theoretical Analysis of Multivariate Correlation», «IBM Journal of Research and Development», 4, 66-82 (1960).

lo que se establece un patrón rítmico de acción entre los dos animales. Pero no es una danza estática, sino que va evolucionando y conforme progresa, los amagos de la mangosta entran cada vez más en fase antes que los dardos de la cobra, hasta que finalmente la mangosta ataca de verdad cuando la cobra se encuentra estirada y no puede responder con rapidez. Este último ataque de la mangosta no es fingido, sino un mordisco preciso y mortal en el cerebro de la serpiente.

En otras palabras, el patrón de acción de la cobra se ciñe a lanzar dardos aislados, independientes, mientras que el patrón de acción de la mangosta implica un segmento apreciable, incluso largo, de todo el pasado de la lucha. A este respecto la mangosta actúa como una máquina que aprende y lo mortífero de su ataque depende de un sistema nervioso de mayor nivel organizativo.

Como se veía en una película de Walt Disney de hace unos años, algo parecido sucede cuando el pájaro correcaminos ataca a una serpiente de cascabel. Aunque el pájaro lucha con pico y garras y la mangosta con los dientes, el patrón de actividad es muy parecido. Un ejemplo magistral del mismo principio es la corrida de toros, pues no olvidemos que la lidia no es un deporte, sino una danza con la muerte en la que se contempla la belleza y las acciones entrelazadas coordinadas de toro y torero. Dejemos aparte los miramientos para con el toro y prescindamos de los engaños y debilitamiento previos del animal cuyo único objeto es situar el enfrentamiento a un nivel en el que la interacción de patrones de los dos contendientes está altamente desarrollada. El torero diestro cuenta con un amplio repertorio de posibles acciones, tales como ondear el capote y diversos regates y fintas, encaminados a llevar al toro a un terreno en el que haya agotado el embiste y se encuentre estirado en el preciso momento en que él aprovecha para clavarle el estoque en el corazón.

Lo expuesto en relación con la lucha entre la mangosta y la cobra o el torero y el toro, puede aplicarse a las competiciones entre personas. Consideremos un duelo a florete. Consiste en una serie de fintas, paradas y tiradas con las que cada combatiente intenta desplazar el arma del contrario de forma que pueda alcanzarle sin exponerse abiertamente al contraataque. Tampoco en el tenis basta con servir o devolver perfectamente la pelota, sino que la estrategia consiste en obligar al adversario a una serie de devoluciones que le vayan situando cada vez en peor posición hasta que ya no pueda devolver la pelota sin riesgo.

Estos enfrentamientos físicos y la clase de juegos que hemos supuesto realiza la máquina de jugar, poseen el mismo elemento de aprendizaje en términos de experiencia acumulada de las costumbres del adversario y de las propias. Lo que es cierto en los juegos de competitividad física lo es también en los enfrentamientos en que predomina el elemento intelectual, como son la guerra y las maniobras que la simulan y mediante los cuales los oficiales estructuran su experiencia militar. Es cierto en la guerra clásica, por tierra o por mar, e igualmente cierto con las nuevas armas atómicas aún no utilizadas. En todos estos casos es posible un grado de mecanización paralelo a la mecanización del juego de damas tal como lo efectúa una máquina que aprende.

Nada tan peligroso como contemplar la III guerra mundial. Merece la pena reflexionar si no existe parte de peligro intrínseco en el uso imprudente de máquinas que aprenden. Repetidas veces he oído decir que las máquinas que aprenden no pueden acarrear nuevos riesgos porque podemos desconectarlas cuando queramos, pero ¿podemos realmente? Para desconectar eficazmente una máquina es necesario disponer de la información respecto al punto en que se ha llegado en la situación de peligro. El simple hecho de que hayamos construido nosotros la máquina no nos garantiza que dispongamos de la información pertinente para hacerlo. Esto es algo ya implícito en la afirmación de que la máquina de jugar al ajedrez sea capaz de derrotar al que la ha programado, y tan sólo en un plazo corto de funcionamiento. Además, la rapidez de operación de las máquinas digitales modernas entorpece nuestra capacidad para percibir y discernir los indicios de peligro.

La idea de dispositivos no humanos de gran potencia y gran habilidad para llevar a cabo una política con sus riesgos consiguientes, no es nada nuevo. Lo único nuevo es que ahora contamos realmente con esta clase de aparatos. En el pasado estas posibilidades quedaban relegadas al ámbito de la magia que constituye el ingrediente de tantas leyendas y cuentos. Relatos en los que se ha explorado a la saciedad la postura moral del mago. En mi libro *The human Use of human Beings*[6], hablo de determinados aspectos de la legendaria ética del mago. Me limitaré a repetir

6. Wiener, N., *The human Use of human Beings; Cybernetics and Society*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1950.

algo de lo que en él se expone, para situarlo con mayor propiedad en el nuevo contexto de las máquinas que aprenden.

Uno de los cuentos de magia más conocidos de Goethe es *El aprendiz de brujo;* en él, el brujo deja solo a su aprendiz y *factotum* con la encomienda de que acarree agua. Como el muchacho es perezoso e ingenioso, delega la tarea en una escoba pronunciando las palabras mágicas que ha oído al maestro. La escoba se pone a realizar el trabajo sin que nada la detenga y el muchacho está a punto de perecer ahogado, desesperado porque no ha aprendido, o ha olvidado, el segundo encantamiento para detener a la escoba. Sin saber qué hacer, la agarra y la parte sobre sus rodillas para contemplar consternado que cada trozo de escoba sigue acarreando agua. Por suerte, antes de que perezca vuelve el maestro, que pronuncia Las Palabras para que se pare la escoba y administra una buena regañina al imprudente.

En *Las mil y una noches* hay un relato semejante en el cuento del pescador y el genio. El pescador ha recogido en su red un jarro cerrado con el sello de Salomón. Se trata de una vasija en que Salomón encerró a un genio rebelde. El genio sale entre una nube de humo y la gigantesca figura comunica al pescador que, aunque en sus primeros años de encierro había decidido recompensar a su libertador con poder y fortuna, ahora se dispone a matarlo inmediatamente. Afortunadamente el pescador encuentra una fórmula que hace regresar al genio a la vasija y a continuación la arroja al mar.

Más terrible aún es la fábula de la pata de mono debida a la pluma de W.W. Jacobs, escritor inglés de principios de siglo. Un jubilado inglés está sentado a la mesa con su esposa y un amigo, un suboficial que acaba de regresar de la India. Este enseña a sus anfitriones un amuleto: una pata de mono seca y acartonada regalo de un santón hindú como prueba de la fatuidad de desafiar al destino, y a la que ha conferido el poder de conceder tres deseos a tres personas. El militar afirma que no sabe cuáles eran los dos primeros deseos del primer propietario, pero que el último fue la muerte, y explica a sus amigos que él mismo es el segundo propietario pero que no se atreve a contarles sus horribles experiencias. Arroja a continuación la pata al fuego, pero su amigo la recoge y se dispone a comprobar su poder. Su primer deseo es una petición de 200 libras; al poco rato llaman a la puerta y entra un representante de la compañía en que trabaja su hijo y le dice que acaba de matarlo una máquina, y que la

compañía, sin que por ello reconozca su responsabilidad u obligación legal, quiere indemnizarle con la suma de 200 libras. El afligido padre, sin salir de su estupor, formula un segundo deseo: que su hijo regrese. Se vuelve a oír una llamada en la puerta y, al abrirla, entra algo que sin preámbulos se nos dice es el fantasma del hijo. El último deseo del padre es que se vaya el fantasma.

La piedra de toque en todas estas historias es que los poderes mágicos se cumplen al pie de la letra y, si les pedimos un bien, debemos pedir lo que realmente queremos y no lo que creemos querer. Los poderes nuevos y reales de la máquina que aprende son también literales. Si programamos una máquina para que gane la guerra, debemos saber bien qué entendemos por ganar. Una máquina que aprende debe programarse con arreglo a la experiencia. La única experiencia de guerra nuclear que no sea inmediatamente catastrófica es la experiencia de un juego bélico. Si vamos a utilizar esta experiencia como guía para el procedimiento a seguir en una emergencia real, los valores de triunfo que hayamos empleado en los juegos programados deben ser los mismos que muevan nuestro ánimo al acabar la guerra real. Sólo podemos fallar en esto para muestro riesgo más inmediato, terminante e irremediable. No podemos esperar que la máquina nos siga en nuestros asertos llenos de prejuicios y carga emocional, merced a los cuales nos permitimos llamar victoria a la destrucción. Si queremos la victoria y no sabemos lo que entendemos por victoria, veremos el fantasma llamar a nuestra puerta.

Esto en lo que respecta a las máquinas que aprenden. Ahora diremos algo sobre máquinas que se autopropagan. Tanto la palabra *máquina* como el término *autopropagan* son importantes. La máquina no es tan sólo una forma de materia, sino un medio para realizar determinados propósitos concretos. Una autopropagación no es una simple creación de una réplica tangible, sino la creación de una réplica capaz de las mismas funciones.

Aquí confluyen dos puntos de vista distintos. Uno es puramente combinatorio y se refiere a la cuestión de si una máquina puede constar de suficientes partes y suficiente complejidad estructural para que la autorreproducción sea una de sus funciones. El difunto John von Neumann contestaba afirmativamente. La otra pregunta se refiere al proceso operativo a seguir para construir máquinas autorreproductoras. Me ceñiré a una clase de máquinas que, aunque no las incluye a todas, es muy generalizada. Me refiero al transductor no lineal.

Los transductores son aparatos cuyo impulso de entrada es una función simple del tiempo y cuyo impulso de salida es otra función de tiempo. El impulso de salida está totalmente determinado por el pasado del impulso de entrada, pero, en general, la adición de impulsos de entrada no se sobreañade a los impulsos de salida correspondientes. Una propiedad de los transductores, lineales o no, es su invariancia con respecto a una traslación temporal. Si una máquina realiza determinada función, si el impulso de entrada se desplaza hacia atrás en el tiempo, el impulso de salida se desplaza hacia atrás en la misma cantidad.

En nuestra teoría de las máquinas autorreproductoras es fundamental una forma canónica de la representación de los transductores no lineales. Aquí los conceptos de impedancia y admisión, tan fundamentales en la teoría de los aparatos lineales, no son tan válidos. Tendremos que referirnos a ciertos métodos más nuevos para llevar a cabo esta representación, métodos desarrollados en parte por mí[7] y en parte por el profesor Dennis Gabor[8] en la Universidad de Londres.

Aunque los métodos citados permiten la construcción de transductores no lineales, son lineales en la medida en que el transductor no lineal se representa con un impulso de salida igual a la suma de impulsos de un conjunto de transductores no lineales con igual impulso de entrada. Estos impulsos de salida se combinan con coeficientes lineales variables. Esto nos permite aplicar la teoría de desarrollos lineales en el diseño y especificaciones del transductor no lineal y, en particular, el método nos permite obtener coeficientes de los elementos constitutivos mediante un proceso de mínimos cuadrados. Si unimos a esto el método de promediar estadísticamente todo el conjunto de los impulsos de entrada del aparato, tenemos esencialmente una rama de la teoría de desarrollo ortogonal. Tal base estadística de la teoría de transductores no lineales puede obtenerse a partir de un estudio real de las estadísticas pasadas de los impulsos de entrada utilizados en cada momento particular.

Se trata de una exposición general de los métodos del pro-

7. Wiener, N., *Nonlinear Problems in random Theory*, The Technology Press of M.I.T. y John Wiley and Sons, Inc. Nueva York, 1958.

8. Gabor, D., «Electronic Inventions and their Impact on Civilization» discurso inaugural, 3 de mayo de 1959, en el Imperial College of Science and Technology de la Universidad de Londres.

fesor Gabor y, aunque los míos son esencialmente iguales, la base científica es ligeramente distinta.

Es bien sabido que las corrientes eléctricas no discurren de forma continua sino con arreglo a un flujo de electrones que debe tener variaciones estadísticas con respecto a la uniformidad. Esas fluctuaciones estadísticas pueden representarse bastante bien según la teoría del movimiento de Brown, o mediante la teoría similar del efecto disparo, o ruido de tubo, de la que hablaré brevemente en el próximo capítulo. En cualquier caso, puede construirse un aparato que genere un efecto disparo estándar con una distribución estadística altamente específica, y este tipo de aparato se fabrica comercialmente. Obsérvese que el ruido de tubo es en un sentido un impulso de entrada universal en cuanto que sus fluctuaciones durante un tiempo suficientemente prolongado se aproximan, más pronto o más tarde, a cualquier curva dada. Este ruido de tubo se basa en una teoría muy simple de integración y promedio.

En términos de la estadística del ruido de tubo, podemos determinar fácilmente un conjunto cerrado de operaciones no lineales normales y ortogonales. Si los impulsos de entrada sujetos a estas operaciones tienen la distribución estadística apropiada al ruido del tubo, el producto medio del impulso de salida de dos componentes del aparato, cuando este promedio se toma con respecto a la distribución estadística del ruido de tubo, será cero. Además, la media cuadrática del impulso de salida de cada aparato puede normalizarse a uno. El resultado es que el desarrollo del transductor general no lineal en términos de estos componentes se consigue con una aplicación de la conocida teoría de funciones ortonormales.

En concreto, nuestros aparatos dan impulsos de salida que son producto de los polinomios de Hermite en los coeficientes de Laguerre del pasado del impulso de entrada. El tema está expuesto con todo detalle en mi obra *Nonlinear Problems in random Theory*.

Naturalmente, resulta difícil promediar de buenas a primeras sobre un conjunto de posibles impulsos de entrada. Esta difícil tarea es posible gracias a que los impulsos de entrada por efecto disparo poseen la propiedad denominada transitividad métrica, o propiedad ergódica. Cualquier función integrable del parámetro distributivo de los impulsos de entrada por efecto disparo tiene casi siempre un promedio temporal igual a su promedio

respecto al conjunto. Esto nos permite tomar dos aparatos con impulso de entrada común por efecto disparo, determinando el promedio de su producto en todo el conjunto de posibles impulsos de entrada, al tomar su producto y promediarlo sobre el tiempo. El repertorio de operaciones necesarias para estos procesos no requiere más que la adición de potenciales, la multiplicación de potenciales y la operación de promediar sobre el tiempo. Hay aparatos para hacerlo. En realidad, los instrumentos elementales necesarios en la metodología del profesor Gabor son los mismos que requiere el mío. Uno de sus alumnos ha inventado un dispositivo multiplicador particularmente eficaz y económico basado en el efecto piezoeléctrico que ejerce sobre un cristal la atracción de dos espirales magnéticas.

Podemos resumir lo expuesto diciendo que es posible imitar cualquier transductor no lineal desconocido sumando sus términos lineales de características fijas y coeficiente ajustable. Este coeficiente puede determinarse como el producto promedio de los impulsos de salida del transductor desconocido y un determinado transductor conocido, cuando el mismo efecto disparo generador se conecta al impulso de entrada de ambos. Pero aún hay más: en lugar de computar este resultado en la escala de un instrumento y luego trasladarlo manualmente al transductor apropiado, produciendo así una simulación fragmentaria del aparato, no presenta grandes dificultades efectuar el traslado automático de los coeficientes a aparatos de retroalimentación. Nosotros hemos logrado construir una caja blanca que potencialmente asume las características de cualquier transductor no lineal, encauzándola luego a semejanza de un determinado transductor caja-negra, sometiéndolos ambos al mismo impulso de entrada al azar y conectando los impulsos de salida de las estructuras de un modo apropiado, de forma a llegar a la combinación adecuada sin ninguna intervención por nuestra parte.

Me pregunto si esto es filosóficamente muy distinto a lo que sucede cuando un gen sirve de plantilla para la formación de otras moléculas del mismo gen a partir de una mezcla indeterminada de aminoácidos y ácidos nucleicos, o cuando un virus induce a adoptar su forma a otras moléculas del mismo virus a partir de tejidos y jugos del huésped. No pretendo en absoluto afirmar que los detalles del proceso sean los mismos, pero sí afirmo que filosóficamente son fenómenos muy similares.

X
Ondas cerebrales y sistemas autoorganizados

He hablado en el capítulo anterior sobre los problemas de aprendizaje y autopropagación en su aplicación a las máquinas y, al menos por analogía, a los sistemas vivos. En éste repetiré algunos comentarios que hice en el prólogo y que pienso llevar a la práctica. Como he señalado, estos dos fenómenos están estrechamente relacionados, ya que el primero es la base de la adaptación del individuo al entorno a través de la experiencia, y que el segundo, al que.denominamos aprendizaje ontogenético, al suministrar el material sobre el que operan la variación y la selección natural, es la base del aprendizaje filogenético. Como ya he mencionado, los mamíferos, y en particular el hombre, realizan gran parte de su adaptación al medio merced al aprendizaje ontogenético, mientras que las aves, que exhiben una gran diversidad de patrones de conducta no aprendidos en la vida del individuo, se han centrado fundamentalmente en el aprendizaje filogenético.

Hemos visto la importancia de la retroalimentación no lineal en el origen de ambos procesos. Este capítulo lo dedicaremos al estudio de un sistema autoorganizado específico en el que desempeñan un papel importante fenómenos no lineales. Mi descripción corresponde a lo que personalmente pienso sucede en la autoorganización de los electroencefalogramas u ondas cerebrales.

Antes de hablar razonablemente sobre este tema, quiero decir algo sobre la naturaleza de las ondas cerebrales y sobre el modo en que su estructura es susceptible de tratamiento matemático exacto. Se sabe desde hace años que la actividad del sistema nervioso va acompañada de determinadas corrientes eléctricas. Las primeras observaciones en este campo se remontan a

principios del siglo XIX y son obra de Volta y Galvani sobre preparados neuromusculares de ancas de rana. Estos experimentos son la partida de nacimiento de la electrofisiología, ciencia que progresaría con lentitud hasta finales del primer cuarto del siglo actual.

Vale la pena reflexionar sobre el porqué del lento desarrollo de esta rama de la fisiología. El instrumento original utilizado para el estudio del potencial eléctrico fisiológico lo constituían los galvanómetros, y éstos presentaban dos inconvenientes: el primero, que la energía total que accionaba la espiral o la aguja procedía del propio nervio y era muy baja. El segundo inconveniente se debía a que el galvanómetro de aquella época era un instrumento de elementos móviles con una notable inercia, por lo que era necesario una fuerza retroactiva muy concreta para situar la aguja en una posición bien definida; en resumen: el galvanómetro no era en rigor un instrumento de registro, sino un instrumento de distorsión. El mejor galvanómetro fisiológico experimental era el galvanómetro de hilo de Einthoven, en el que las partes móviles quedaban reducidas a un solo alambre. Por bueno que fuera este instrumento para la tecnología de la época, no servía para registrar bien corrientes eléctricas de bajo potencial sin acusar grandes distorsiones.

Por este motivo la electrofisiología tuvo que esperar la aparición de otra técnica. La técnica que abrió nuevas perspectivas fue la electrónica, planteada en dos modalidades: una basada en el descubrimiento hecho por Edison de ciertos fenómenos de conducción de gases, de donde derivó hacia el empleo de tubos de vacío o válvulas eléctricas para la amplificación. Con ellos fue posible obtener una transformación bastante fidedigna de potenciales débiles en potenciales elevados. Y, en consecuencia, se logró mover los elementos finales del dispositivo registrador con energía no generada por el nervio sino controlada por él.

El segundo invento implicaba también la conducción de electricidad *in vacuo* y es el oscilógrafo de rayos catódicos. Con él fue posible utilizar como parte móvil del instrumento una armadura mucho más liviana que la de los antiguos galvanómetros, es decir, un flujo de electrones. Con estos dos instrumentos, juntos o por separado, los fisiólogos contemporáneos han podido seguir con fiabilidad el curso temporal de pequeñas corrientes eléctricas que no habrían sido detectables con los aparatos del siglo XIX.

Se han obtenido con estos medios registros exactos del curso temporal de las corrientes ínfimas que discurren entre dos electrodos situados en cuero cabelludo o implantados en el cerebro. Aunque estas corrientes se habían observado en el siglo XIX, los nuevos registros más fiables suscitaron gran entusiasmo entre los fisiólogos de hace veinte o treinta años. En cuanto a las posibilidades del empleo de este instrumental para el estudio directo de la actividad cerebral, los pioneros en este campo fueron Berger en Alemania, Adrian y Matthews en Inglaterra y Jasper, Davis y los esposos Gibbs en Estados Unidos.

Hay que reconocer que los ulteriores progresos en electroencefalografía no han colmado las halagüeñas perspectivas esbozadas por los primeros investigadores de la especialidad. Se registraban los datos obtenidos por medio de una aguja tintada y los trazados son curvas complicadas e irregulares que, aunque permitieron detectar ciertas frecuencias predominantes, como el ritmo alfa de unas 10 oscilaciones por segundo, no se prestaban a ulterior elaboración matemática. En consecuencia, la electroencefalografía se convirtió más que en una ciencia en un arte que dependía de la habilidad del observador entrenado capaz de reconocer determinadas propiedades del registrador a tinta, habilidad lograda gracias a una gran experiencia. La objeción fundamental que puede hacerse a esta metodología es que la interpretación de los electroencefalogramas era fundamentalmente algo subjetivo.

A finales de los años veinte y principio de los treinta, comencé a interesarme por el análisis armónico de los procesos continuos. Aunque los físicos habían ya considerado este tipo de procesos, los matemáticos del análisis armónico se habían limitado principalmente a estudiar los procesos periódicos o los procesos que en algún sentido tienden a cero conforme aumenta el tiempo, de forma positiva o negativa. Mis trabajos constituyeron el primer intento para sentar el análisis armónico de los procesos continuos sobre una base matemática firme. Descubrí que el concepto fundamental era el de autocorrelación, ya empleado por G.I. Taylor (actualmente sir Geoffrey Taylor) al estudiar las turbulencias[1].

Esta autocorrelación para una función de tiempo f(t) se re-

1. Taylor, G.I., «Diffusion by continuous Movements», *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, 20, 196-212 (1921-1922).

presenta por el promedio de tiempo del producto de $f(t + \tau)$ por $f(t)$. Es una ventaja introducir funciones complejas del tiempo, aunque en los casos concretos estudiados tratemos con funciones reales. Entonces la autocorrelación se convierte en la media del producto entre $f(t + \tau)$ y el conjunto de $f(t)$. Independientemente de que trabajemos con funciones reales o complejas, la gama de potencias de $f(t)$ viene dada por la transformación Fourier de la autocorrelación.

He hablado ya de lo inadecuados que son los registros con oscilógrafos de tinta para el tratamiento matemático. Antes de que pudiera vislumbrarse la idea de autocorrelación fue necesario sustituirlos por otros más susceptibles de instrumentación.

Uno de los mejores medios para el registro de pequeñas corrientes eléctricas fluctuantes para su ulterior manipulación, es la cinta magnética, pues permite el almacenamiento permanente de la corriente eléctrica y su utilización cuando venga al caso. Hace unos diez años el laboratorio de investigación del M.I.T. dirigido por el profesor Walter A. Rosenblith y la doctora Mary A.B. Brazier[2] construyó un aparato de estas características.

En él se emplea una cinta magnética en forma de modulación de frecuencia, debido a que la lectura de una cinta magnética siempre conlleva cierta cantidad de borrado. Con la cinta de modulación de amplitud este borrado provoca un cambio en el mensaje transportado y en sucesivas lecturas de la cinta se acusa una alteración del mensaje.

En la modulación de frecuencia hay también cierta cantidad de borrado, pero los instrumentos con que leemos la cinta son relativamente insensibles a la amplitud y sólo leen la frecuencia. Hasta que la cinta está tan borrada que es imposible la lectura, el borrado parcial no adultera apreciablemente el mensaje. Así, puede leerse repetidas veces la cinta casi con la misma fidelidad de la primera lectura.

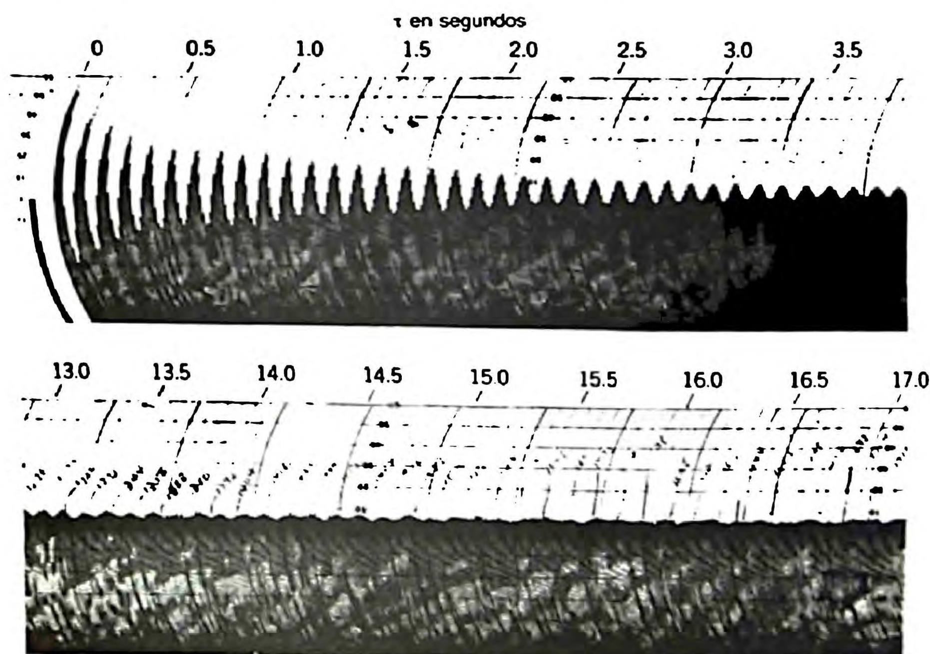
Como veremos por la naturaleza de la autocorrelación, uno de los instrumentos necesarios es un mecanismo que retrase la lectura de la cinta en una cantidad regulable. Si pasamos una longitud de cinta magnética, con una duración de tiempo A, por un aparato que tenga dos cabezales de lectura hacia atrás, uno a

2. Barlow, J.S., y R.M. Brown, «An analog Correlator System for Brain Potentials», Technical Report 300, Research Laboratory of Electronics, M.I.T. Cambridge, Mass. (1955).

continuación de otro, se generan dos señales iguales, a excepción de un ligero desplazamiento en el tiempo. Este desplazamiento temporal depende de la distancia entre los cabezales de lectura inversa y de la velocidad de la cinta, y puede modificarse a voluntad. A la primera la denominaremos f(t) y a la segunda (t + τ), siendo τ el desplazamiento en el tiempo. El producto de ambos puede obtenerse utilizando rectificadores de ley cuadrática y de mezcladores lineales, por ejemplo, aprovechando la identidad

$$4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 \qquad (10.01)$$

Podemos promediar el producto aproximadamente integrado con una red RC que tenga una constante de tiempo larga en relación con la duración A del ejemplo. El promedio resultante es proporcional al valor de la función de autocorrelación para el

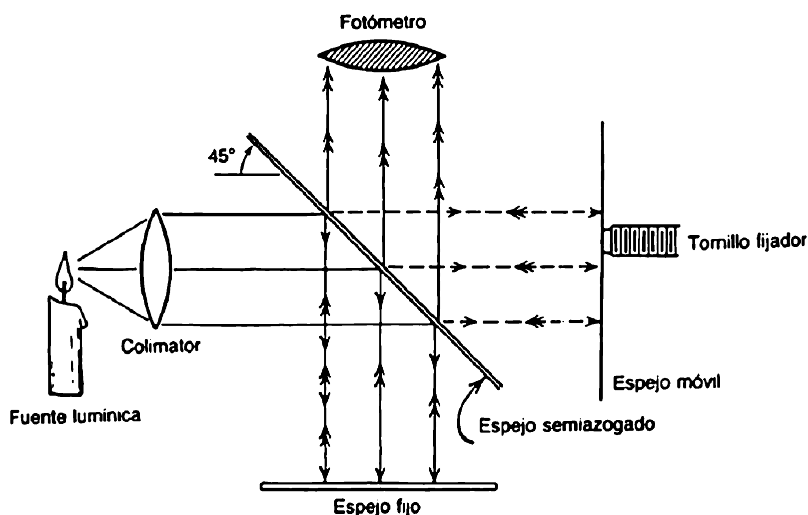


AUTOCORRELACIÓN

Fig. 9.

retraso τ. La repetición del proceso para diversos valores de τ, nos da un conjunto de valores de la autocorrelación (o mejor, la autocorrelación muestreada sobre una amplia base de tiempo A). El registro de la Fig. 9 muestra la trama de una autocorrelación real de este tipo[3]. Hemos de señalar que sólo es visible la mitad de la curva, y la autocorrelación de los tiempos negativos sería la misma que la de los positivos, al menos si la curva sobre la que tomamos la autocorrelación es real.

Obsérvese que desde hace años se utilizan en óptica curvas similares de autocorrelación, y que el instrumento con que se han obtenido es el interferómetro de Michelson, Fig. 10. Mediante un sistema de espejos y lentes el interferómetro de Michelson divide un haz luminoso en dos partes que se canalizan por vías de distinta longitud para luego volver a juntarse en un rayo. Las distintas longitudes de canalización producen distintos retrasos de tiempo y el haz resultante es la suma de las dos réplicas del



INTERFERÓMETRO DE MICHELSON

Fig. 10.

3. Se realizó este trabajo gracias a la colaboración entre el laboratorio de Neurofisiología del Hospital General de Massachusetts y el laboratorio de Biofísica de Comunicación del M.I.T.

haz incidente, a las que podemos designar como f(t) y f(t + τ). Cuando la intensidad del rayo se mide con un fotómetro sensible a la potencia, la lectura es proporcional al cuadrado de f(t) + f(t + τ), y por lo tanto contiene un término proporcional a la autocorrelación. En otras palabras, la intensidad de las franjas del interferómetro (salvo para una transformación lineal) nos da la autocorrelación.

Todo esto estaba implícito en el trabajo de Michelson. Veremos cómo, llevando a cabo una transformación Fourier en las franjas, el interferómetro nos da el espectro de potencias de la luz, siendo en realidad un espectrómetro.

Esta clase de espectrómetro no ha sido aceptado hasta hace unos años, pero tengo entendido que actualmente está reconocido como un instrumento fundamental para las mediciones de precisión. Su importancia radica en que las técnicas de que hablaré a continuación para establecer los registros de autocorrelación son igualmente aplicables en espectroscopia y permiten métodos para llevar al límite la información obtenible con un espectrómetro.

Hablemos de la técnica para obtener el espectro de una onda cerebral a partir de una autocorrelación. Supongamos que C(t) es una autocorrelación de f(t). Entonces C(t) puede escribirse en la forma

$$C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i\omega t}\, dF(\omega) \qquad (10.02)$$

Aquí, F es siempre una función que aumenta o al menos no disminuye a ω, y la denominaremos el espectro integrado de *f*. En general este espectro integrado se compone de tres partes, combinadas aditivamente. La porción de línea del espectro aumenta sólo en un conjunto enumerable de puntos. Si prescindimos de él, nos queda un espectro continuo. Este espectro continuo es la suma de dos partes, una de las cuales aumenta sólo sobre un conjunto de medida cero, y otra que es totalmente continua y es integral de una función integrable positiva.

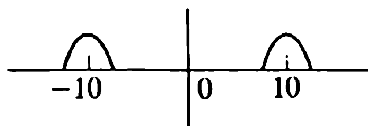
Ahora supongamos que las dos primeras partes del espectro —la parte discreta y la parte continua que aumenta sobre un conjunto de medida cero— faltan. En tal caso, podemos escribir

$$C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i\omega t}\, \phi(\omega)\, d\omega \qquad (10.03)$$

siendo $\phi(\omega)$ la densidad de espectro. Si $\phi(\omega)$ es de la clase L^2 de Lebesgue, podemos escribir

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(t)e^{-2\pi i\omega t}\, dt \qquad (10.04)$$

Como veremos, si observamos la autocorrelación de las ondas cerebrales, la parte predominante de la potencia del espectro se sitúa en torno a 10 ciclos. En tal caso, $\phi(\omega)$ tendrá una forma igual a la del siguiente diagrama



Los dos picos próximos a 10 y a −10 son imágenes especulares.

Hay diversas modalidades de realizar numéricamente un análisis Fourier, incluido el empleo de instrumentos integradores y un proceso de computación numérica. En ambos casos, un inconveniente que surge es que los picos de onda principales son próximos a 10 y a −10 y no próximos a 0. Sin embargo, hay métodos para trasladar el análisis armónico a las proximidades de la frecuencia cero, con lo que se reduce notablemente el trabajo. Obsérvese que

$$\phi(\omega - 10) = \int_{-\infty}^{\infty} C(t)e^{20\pi it}\, e^{-2\pi i\omega t}\, dt \qquad (10.05)$$

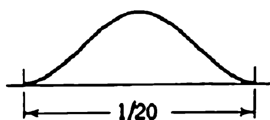
En otras palabras, si multiplicamos $C(t)$ por $e^{20\pi it}$, el nuevo análisis armónico nos da una banda de proximidad de frecuencia cero y otra banda en proximidad de frecuencia +20. Si a continuación hacemos la multiplicación y eliminamos la banda +20 con métodos de promedio equivalentes al empleo de un filtro de ondas, habremos reducido el análisis armónico a otro en proximidad de frecuencia cero.

Luego,

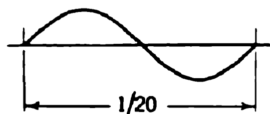
$$e^{20\pi it} = \cos 20\pi t + i \operatorname{sen} 20\, \pi t \qquad (10.06)$$

Por lo tanto, las partes reales e imaginarias de $C(t)\cdot e^{20\pi it}$ nos las dan respectivamente $C(t) \cos 20\pi t$ e $iC(t)$ sen $20\pi t$. La eliminación de las frecuencias próximas a +20 puede llevarse a cabo haciendo qüe estas dos funciones discurran a través de un filtro de paso bajo, lo que es equivalente a promediarlas durante un intervalo igual o superior a dos décimas de segundo.

Supongamos que tenemos una curva en la que la mayoría de la potencia está próxima a la frecuencia de 10 ciclos. Al multiplicarlo por el coseno o seno de $20\pi t$, obtenemos una curva que es la suma de dos partes, una de las cuales se comporta localmente así



y la otra así:



Si promediamos la segunda curva sobre el tiempo para una longitud de una décima de segundo, obtenemos cero. Si promediamos la primera, obtenemos la mitad de la altura máxima. El resultado es que por el suavizado de $C(t) \cos 20\pi t$ y $iC(t)$ sen$20\pi t$, obtenemos respectivamente buenas aproximaciones a la parte real e imaginaria de una función que tiene todas sus frecuencias en proximidad de cero, y esta función tendrá la frecuencia distribucional en torno a cero que tenga el espectro de $C(t)$ en torno a 10. Supongamos ahora que $K_1(t)$ es el resultado de suavizar $C(t)$ sen$20\pi t$. Queremos obtener

$$\int_{-\infty}^{\infty} [K_1(t) + iK_2(t)]\, e^{-2\pi i\omega t}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [K_1(t) + iK_2(t)]\, [\cos 2\pi\omega t - i \text{ sen } 2\pi\omega t]\, dt \qquad (10.07)$$

Esta expresión debe ser real puesto que es un espectro. Por lo tanto, será igual a

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_1(t) \cos 2\pi\omega t \, dt + \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t) \operatorname{sen} 2\pi\omega t \, dt \qquad (10.08)$$

En otras palabras si hacemos un análisis según coseno de K_1 y un análisis según seno de K_2 y los sumamos, tendremos el espectro desplazado de *f*. Puede demostrarse que K_1 es par y K_2 impar. Esto significa que, si hacemos un análisis según coseno de K_1 y añadimos o restamos el análisis según seno de K_2, obtendremos el espectro de derecha a izquierda de la frecuencia central a la distancia ω, respectivamente. Denominaremos a este método para obtener el espectro método heterodino.

En el caso de autocorrelaciones que localmente son casi sinusoidales del período 0,1, por ejemplo (que aparece en la autocorrelación de la onda cerebral de la Fig. 9), puede simplificarse la computación que exige este método heterodino. Tomamos la autocorrelación a intervalos de cuatro décimas de segundo, luego tomamos la secuencia a 0, 1/20, 2/20, 3/20 de segundo, y así sucesivamente y cambiamos el signo de las fracciones con numerador impar. A continuación los promediamos por una longitud adecuada y obtenemos una cantidad casi igual a $K_1(t)$. Si hacemos lo propio con los valores de 1/40, 3/40 y 5/40 de segundo, etc., cambiando el signo de las cantidades alternas y efectuamos el mismo proceso de promedio anterior, obtenemos una aproximación a $K_2(t)$. A partir de aquí el proceso no encierra ningún secreto.

La justificación de este procedimiento es que la distribución de masa que es

$$\begin{array}{rl} 1 & \text{en los puntos } 2\pi n \\ -1 & \text{en los puntos } (2n+1)\pi \end{array}$$

mientras que en otras partes es cero, cuando se somete a análisis armónico contiene un componente coseno de frecuencia 1 y ningún componente seno. De igual modo la distribución de masa que es

$$\begin{array}{rl} 1 & \text{en } (2n + 1/2)\pi \\ -1 & \text{en } (2n - 1/2)\pi \end{array}$$

y

0 en otras partes,

contendrá componentes seno de frecuencia 1 y ningún componente coseno. Ambas distribuciones contendrán también componentes de frecuencias N; pero como la curva original que analizamos carece o casi carece de estas frecuencias, estos términos no producen efecto. Esto simplifica enormemente el proceso heterodino porque los únicos factores que tenemos que multiplicar son +1 ó −1.

Este método heterodino ha resultado útil en el análisis armónico de ondas cerebrales cuando sólo se cuenta con medios manuales, y cuando el grueso del trabajo resulta agobiante si se aplica el análisis armónico en todos sus detalles sin recurrir a dicho método. Todo el trabajo anterior del análisis armónico de los espectros de ondas cerebrales se ha realizado con este método. Sin embargo, como después pudimos utilizar una computadora digital, que reduce fácilmente la masa de trabajo, gran parte de nuestros trabajos en análisis armónico se hizo directamente sin recurrir al método heterodino. Aún habrá muchos sitios en los que no se disponga de computadoras digitales, por lo que no considero obsoleto el método heterodino.

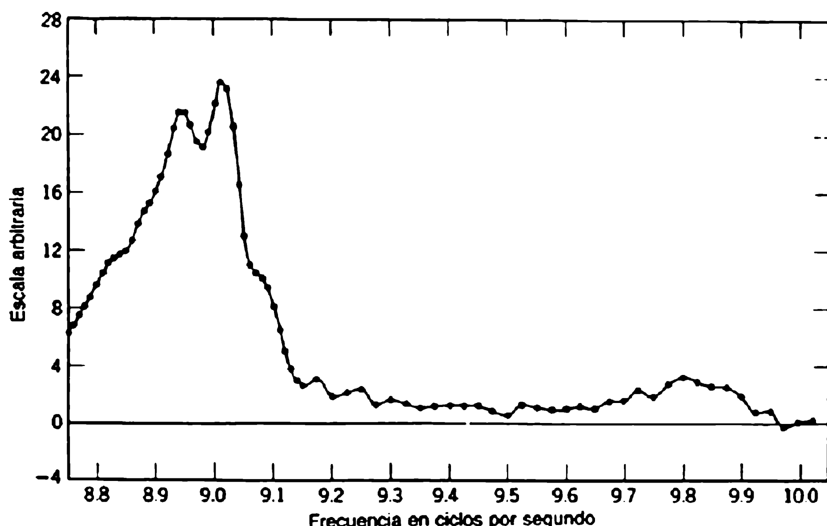
Expongo aquí extractos de una autocorrelación específica que obtuvimos en nuestro trabajo. Como la autocorrelación cubre una gran extensión de datos, no podemos reproducirlos *in extenso* y sólo indicamos el comienzo, en proximidad de $\tau = 0$, y otra porción de más adelante.

La Fig. 11 representa los resultados de un análisis armónico de la autocorrelación de la cual damos una parte en la Fig. 9. En este caso obtuvimos el resultado con una computadora digital ultrarrápida[4], pero hemos comprobado una buena concordancia entre este espectro y el que habíamos obtenido manualmente antes con métodos heterodinos, al menos en proximidad a la parte más acusada del espectro.

Si examinamos la curva observamos un notable declive de potencia en proximidad a la frecuencia 9,05 ciclos por segundo. El punto en el que el espectro se desvanece sustancialmente es muy pronunciado y nos da una cantidad objetiva que puede verificarse

4. La IBM 709 del centro de computación del M.I.T.

con mucha más exactitud que cualquier cantidad que se haya registrado en el electroencefalograma. Hay ciertos indicios de que, en otras curvas que hemos obtenido, pero cuya fiabilidad es un tanto cuestionable en sus detalles, ese brusco declive de potencia va seguido poco después de una subida repentina, por lo que entre ambos hay una depresión en la curva. Si es o no así, es muy sugerente la hipótesis de que la potencia en el pico corresponde a una atracción de potencia de la región en que la curva es baja.



ESPECTRO

Fig. 11.

En el espectro que hemos obtenido vale la pena señalar que una parte abrumadora del pico se sitúa en una gama aproximada de un tercio de ciclo. Un detalle interesante es que en otro electroencefalograma del mismo paciente, registrado cuatro días más tarde, persiste esta anchura aproximada del pico y hay más de un indicio de que la forma persiste con cierto detalle. También hay motivos para creer que en otros pacientes la anchura del pico será distinta y quizás más estrecha. Queda por efectuar una verificación totalmente satisfactoria de estos extremos en futuras investigaciones.

Es altamente deseable que la clase de trabajo a que nos hemos referido en estas sugerencias se lleve a cabo con métodos instrumentales más exactos para que las hipótesis queden definitivamente corroboradas o refutadas.

Ahora quiero referirme al problema del muestreo. Para ello tengo que exponer ciertas ideas de mis anteriores trabajos sobre integración en el espacio de la función[5]. Con este instrumento podremos construir un modelo estadístico de un proceso continuo con un determinado espectro. Aunque este modelo no sea una réplica exacta del proceso generador de las ondas cerebrales, es muy aproximado y nos da información estadística significativa sobre la raíz del error cuadrático medio que cabe esperar en los espectros de ondas cerebrales como el expuesto en este capítulo.

Afirmo sin pruebas algunas propiedades de una determinada función real $x(t,\alpha)$ ya mencionada en mi trabajo sobre análisis armónico generalizado y en otras publicaciones[6]. La función real $x(t,\alpha)$ depende de una variable t que va de $-\infty$ a ∞ y de una variable α que va de 0 a 1. Representa una variable espacial de un movimiento browniano dependiente del tiempo t y del parámetro α de una distribución estadística. La expresión

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\, dx(t, \alpha) \qquad (10.09)$$

está definida para todas las funciones $\phi(t)$ de la clase L^2 de Lebesgue de $-\infty$ a ∞. Si $\phi(t)$ tiene una derivada perteneciente a L^2, la Expresión 10.09 se define

$$-\int_{-\infty}^{\infty} x(t, \alpha)\phi'(t)\, dt \qquad (10.10)$$

y entonces queda definida para todas las funciones $\phi(t)$ pertenecientes a L^2 merced a un proceso límite muy definido. Otras integrales

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1,\ldots \tau_n)\, dx(\tau_1, \alpha)\ldots dx(\tau_n, \alpha) \qquad (10.11)$$

5. Wiener, N., «Generalized harmonic Analysis», *Acta Mathematica*, 55, 117-258 (1930); *Nonlinear Problems in random Theory*, *op. cit.*

6. Wiener, N., «Generalized harmonic Analysis», *Acta Mathematica*, 55, 117-258 (1930); *Nonlinear Problems in random Theory*, *op. cit.*

se definen de modo similar. El teorema fundamental que utilizamos es que

$$\int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1,\ldots,\tau_n)\, dx(\tau_1, \alpha)\ldots dx(\tau_n, \alpha) \qquad (10.12)$$

se obtiene anotando

$$K_1(\tau_1,\ldots,\tau_{n/2}) = \sum K(\sigma_1, \sigma_2,\ldots,\sigma_n) \qquad (10.13)$$

en donde los τ_k se forman de todas las maneras posibles identificando a todos los pares de σ_k entre sí (si n es par), y formando

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1,\ldots,\tau_{n/2}) d\tau_1,\ldots,d\tau_{n/2} \qquad (10.14)$$

Si n es impar,

$$\int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1,\ldots,\tau_n)\, dx(\tau_1, \alpha)\ldots dx(\tau_n, \alpha) = 0 \qquad (10.15)$$

Otro teorema importante relacionado con estas integrales estocásticas es que, si $\mathcal{F}\{g\}$ es una funcional de g(t), de forma que $\mathcal{F}[x(t,\alpha)]$ sea una función perteneciente a L en α y dependiente sólo de las diferencias $x(t_2,\alpha) - x(t_1,\alpha)$, entonces para cada t_1 para casi todos los valores de α

$$\lim_{A\to\infty} \frac{1}{A} \int_0^A \mathcal{F}[x(t, \alpha)]dt = \int_0^1 \mathcal{F}[x(t_1, \alpha)]\, d\alpha \qquad (10.16)$$

Este es el teorema ergódico de Birkhoff, y ha sido demostrado por el autor[7] y otros.

En el trabajo de *Acta Mathematica* ya mencionado, quedó establecido que si U es una transformación unitaria real de la función K(t),

$$\int_{-\infty}^{\infty} UK(t)\, dx(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, dx(t, \beta) \qquad (10.17)$$

7. Wiener, N., «The ergodic Theorem», «Duke Mathematical Journal», 5, 1-39 (1939); también en *Modern Mathematics for the Engineer*, E.F. Beckenbach (ed.), McGraw-Hill, Nueva York, 1956, págs. 166-168.

en donde β difiere de α sólo en una transformación preservadora de medida del intervalo (0,1) en sí mismo.

Supongamos ahora que K(t) pertenece a L^2, y que

$$K(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\omega) e^{2\pi i \omega t} \, d\omega \tag{10.18}$$

en el sentido de Plancherel[8]. Examinemos la función real

$$f(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \, dx(\tau, \alpha) \tag{10.19}$$

que representa la respuesta de un transductor lineal a un impulso de entrada de tipo movimiento browniano. Tendrá la autocorrelación

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t + \tau, \alpha) \overline{f(t, \alpha)} \, dt \tag{10.20}$$

y ésta, merced al teorema ergódico, tendrá para casi todos los valores de α el valor

$$\int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} K(t_1 + \tau) \, dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \overline{K(t_2)} \, dx(t_2, \alpha)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \overline{K(t)} \, dt \tag{10.21}$$

El espectro será entonces casi siempre

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i \omega \tau} \, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \overline{K(t)} \, dt$$

$$= \left| \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-2\pi i \omega \tau} \, d\tau \right|^2$$

$$= |q(\omega)|^2 \tag{10.22}$$

8. Wiener, N., «Plancherel's Theorem», *The Fourier Integral and certain of Its Applications*, The University Press, Cambridge, Inglaterra, 1933, págs. 46-71, Dover Publications, Inc., Nueva York.

Sin embargo, es el auténtico espectro. La autocorrelación muestreada sobre el promedio temporal A (en este caso 2 700 segundos) será

$$\frac{1}{A}\int_0^A f(t + \tau, \alpha)\overline{f(t, \alpha)}\, dt$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \frac{1}{A}\int_0^A K(t_1 + \tau + s)\overline{K(t_2 + s)}\, ds \tag{10.23}$$

El espectro resultante muestreado tendrá casi siempre un promedio de tiempo

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i\omega\tau}\, d\tau \frac{1}{A}\int_0^A ds \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau + s)\overline{K(t + s)}\, dt = |q(\omega)|^2 \tag{10.24}$$

Es decir que el espectro muestreado y el espectro auténtico tendrán el mismo valor de tiempo promedio.

Para muchos propósitos nos interesa el espectro aproximado, en el que la integración de τ se lleva a cabo sólo sobre (0,B), siendo B 20 segundos en el caso particular que hemos expuesto. Recordemos que f(t) es real y que la autocorrelación es una función simétrica. Por lo tanto, podemos sustituir la integración de 0 a B por la integración de −B a B:

$$\int_{-B}^{B} e^{-2\pi iu\tau}\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \frac{1}{A}\int_0^A$$
$$K(t_1 + \tau + s) \times \overline{K(t_2 + s)}\, ds \tag{10.25}$$

Esta tendrá por media

$$\int_{-B}^{B} e^{-2\pi iu\tau}\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau)\overline{K(t)}\, dt$$
$$= \int_{-B}^{B} e^{-2\pi iu\tau}\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 e^{2\pi i\tau\omega}\, d\omega$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega - u)}{\pi(\omega - u)}\, d\omega \tag{10.26}$$

El cuadrado del espectro aproximado tomado sobre (−B,B) será

$$\left| \int_{-B}^{B} e^{-2\pi i u \tau}\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \frac{1}{A} \int_{0}^{A} K(t_1 + \tau + s)\overline{K(t_2 + s)}\, ds \right|^2$$

que tendrá por media

$$\int_{-B}^{B} e^{-2\pi i u \tau}\, d\tau \int_{-B}^{B} e^{2\pi i u \tau_1}\, d\tau_1 \frac{1}{A^2} \int_{0}^{A} ds \int_{0}^{A} d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2$$

$$\times [K(t_1 + \tau + s)\, \overline{K(t_1 + s)}\, \overline{K(t_2 + \tau_1 + \sigma)}\, K(t_2 + \sigma)$$

$$+ K(t_1 + \tau + s)\, \overline{K(t_2 + s)}\, \overline{K(t_1 + \tau_1 + \sigma)\, K(t_2 + \sigma)}$$

$$+ K(t_1 + \tau + s)\, \overline{K(t_2 + s)}\, \overline{K(t_2 + \tau_1 + \sigma)}\, K(t_1 + \sigma)]$$

$$= \left| \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega - u)}{\pi(\omega - u)}\, d\omega \right|^2$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2\, d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2\, d\omega_2$$

$$\times \left[\frac{\operatorname{sen} 2\pi\, B(\omega_1 - u)}{\pi(\omega_1 - u)} \right]^2 \frac{\operatorname{sen}^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2}$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2\, d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2\, d\omega_2$$

$$\times \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega_1 + u)}{\pi(\omega_1 + u)} \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega_2 - u)}{\pi(\omega_2 - u)} \frac{\operatorname{sen}^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2} \tag{10.27}$$

Es bien sabido que, si m se emplea para expresar una media,

$$m[\lambda - m(\lambda)]^2 = m(\lambda^2) - [m(\lambda)]^2 \tag{10.28}$$

De donde la raíz del error cuadrático medio del espectro aproximado muestreado, será igual a

$$\sqrt{\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2\, d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2\, d\omega_2\, \frac{\operatorname{sen}^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2} \\ &\times \left(\frac{\operatorname{sen}^2 2\pi B(\omega_1 - u)}{\pi^2(\omega_1 - u)^2} + \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega_1 + u)}{\pi(\omega_1 + u)} \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega_2 - u)}{\pi(\omega_2 - u)} \right.\end{aligned}} \tag{10.29}$$

Ahora bien,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 A\pi u}{\pi^2 A^2 u^2}\, du = \frac{1}{A} \tag{10.30}$$

Por lo tanto,

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)\, \frac{\operatorname{sen}^2 A\pi(\omega - u)}{\pi^2 A^2(\omega - u)^2}\, d\omega \tag{10.31}$$

es 1/A multiplicado por un promedio ponderado continuo de g(ω). En el caso de que la cantidad promediada sea casi constante sobre la estrecha gama 1/A, lo que en este caso es una suposición razonable, obtendremos como dominante aproximada de la raíz del error cuadrático medio en cualquier punto del espectro

$$\sqrt{\frac{2}{A} \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^4\, \frac{\operatorname{sen}^2 2\pi B(\omega - u)}{\pi^2(\omega - u)^2}\, d\omega} \tag{10.32}$$

Señalemos que, si el espectro aproximado muestreado tiene su máximo en $u = 10$, su valor será

$$\int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2\, \frac{\operatorname{sen} 2\pi B(\omega - 10)}{\pi(\omega - 10)}\, d\omega \tag{10.33}$$

que para un q(ω) suavizado no estará muy alejado de $|q(10)|^2$.

La raíz del error cuadrático medio del espectro correspondiente como unidad de medida será

$$\sqrt{\frac{2}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{q(\omega)}{q(10)}\right|^{4}\frac{\operatorname{sen}^{2}\cdot 2\pi B(\omega-10)}{\pi^{2}(\omega-10)^{2}}\,d\omega} \qquad (10.34)$$

y, en consecuencia, no mayor que

$$\sqrt{\frac{2}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{sen}^{2}2\pi B(\omega-10)}{\pi^{2}(\omega-10)^{2}}\,d\omega} = 2\sqrt{\frac{B}{A}} \qquad (10.35)$$

En el caso que hemos considerado, será

$$2\sqrt{\frac{20}{2700}} = 2\sqrt{\frac{1}{135}} \approx \frac{1}{6} \qquad (10.36)$$

Si suponemos que el fenómeno de depresión es real, o incluso que la caída súbita que se produce en la curva en una frecuencia de unos 9,05 ciclos por segundo es real, merece la pena plantear ciertas preguntas fisiológicas al respecto. Las tres preguntas principales se refieren a la función fisiológica de estos fenómenos observados, al mecanismo fisiológico que los desencadena y a la posible aplicación en medicina de estas observaciones.

Obsérvese que una línea de frecuencia acentuada es equivalente a un reloj exacto. Como en cierto sentido el cerebro es un aparato de control y computación, es natural preguntarnos si otras modalidades de aparatos de control y computación utilizan el reloj. La mayoría sí. Se emplean relojes en estos aparatos para la entrada de impulsos. Esta clase de aparatos tienen que combinar un gran número de impulsos en impulsos simples. Si estos impulsos se accionasen por la simple conexión o desconexión del circuito, la distribución de los impulsos no sería muy importante y no habría necesidad de regular la entrada. Por el contrario, la consecuencia de este método de transmisión de impulsos es que todo un circuito se halla ocupado continuamente durante un tiempo hasta que el mensaje se desconecta, lo que implica dejar disfuncionada gran parte del aparato durante un período indefinido. Por lo tanto, es deseable en un aparato computador o de

control que los mensajes se transmitan mediante una señal combinada conexión-desconexión. Esto sirve para dejar inmediatamente libre el aparato para ulterior empleo. Para que esto suceda, los mensajes deben quedar almacenados para que puedan liberarse simultáneamente, combinándose mientras aún están en la máquina. Para ello es necesario regular una entrada («gating») y esto puede efectuarlo adecuadamente un reloj.

Es bien sabido que, al menos en el caso de las fibras nerviosas más largas, los impulsos nerviosos se transmiten por picos cuya forma es independiente de la manera en que se producen. La combinación de estos picos es una función del mecanismo sináptico. En las sinapsis se une un determinado número de fibras de entrada a una fibra de salida, y, cuando la combinación crítica de fibras de entrada se dispara en un intervalo de tiempo muy breve, se dispara la fibra de salida. En esta combinación el efecto de las fibras de entrada es en ciertos casos aditivo, de forma que, si se disparan más de un número determinado de fibras, se alcanza un umbral que acciona la fibra de salida. En otros casos, algunas de las fibras de entrada ejercen una acción inhibitoria que impide totalmente el disparo de las otras fibras, o que, en cualquier caso, aumenta su umbral de disparo. En ambos casos es fundamental un breve período de combinación, y, si los mensajes de entrada no se sitúan en ese breve período, no se combinan. Por lo tanto, es necesario un tipo de mecanismo de entrada que permita a los mensajes llegar sustancialmente al unísono. En caso contrario la sinapsis no podría actuar como mecanismo combinatorio[9].

Sin embargo, es deseable contar con mayor evidencia de que efectivamente existe tal regulación de entrada. Es relevante al respecto un trabajo del profesor Donald B. Lindsley del departamento de Psicología de la Universidad de California en Los Angeles, en el que se estudian los tiempos de reacción a señales visuales. Como es bien sabido, cuando una señal visual llega al receptor, la actividad muscular que estimula no se produce de

9. Esto es un esquema simplificado de lo que sucede, en particular en el córtex, ya que la operatividad todo-o-nada de las neuronas depende de que tengan longitud suficiente para que la remodelación de la forma de los impulsos de entrada en la propia neurona se aproxime a una forma sintótica. Sin embargo, en el córtex, por ejemplo, debido a que las neuronas son muy cortas, la necesidad de sincronización persiste, aunque sean mucho más complicados los detalles del proceso.

golpe, sino al cabo de un determinado retraso. El profesor Lindsley ha demostrado que este retraso no es constante, sino que parece constar de tres partes. Una de ellas es de longitud constante, mientras que las otras dos se distribuirían uniformemente durante una décima de segundo aproximadamente. Es como si el sistema nervioso central recogiera los impulsos de entrada sólo cada décima de segundo y los impulsos de salida a los músculos salieran del sistema nervioso central sólo a intervalos de una décima de segundo. Esta es la evidencia experimental del *gating*, y su asociación a 1/10 de segundo, que es el período aproximado del ritmo alfa central del cerebro, probablemente no es nada fortuita.

Esto en lo que respecta a la función del ritmo alfa central. Ahora examinemos la cuestión relativa al mecanismo que lo produce. Aquí hay que señalar que el ritmo alfa puede inducirse mediante centelleo. Si proyectamos un centelleo luminoso sobre el ojo a intervalos de un período próximo a una décima de segundo, el ritmo alfa cerebral experimenta una modificación hasta que exhibe un acentuado componente de igual período que el centelleo. No cabe duda de que el centelleo provoca un centelleo eléctrico en la retina, y, casi seguro, en el sistema nervioso central.

Sin embargo, existe cierta evidencia directa de que un centelleo puramente eléctrico produce un efecto similar al del centelleo visual. Este experimento se ha llevado a cabo en Alemania. Se preparó una habitación con suelo conductor y un metal conductor aislado colgado del techo. Se situó dentro de la habitación a varias personas y se conectaron suelo y techo a un generador que producía una corriente alterna de unos 10 ciclos por segundo. El efecto que experimentaron los sujetos fue muy molesto y muy parecido al que causa un centelleo visual similar.

Naturalmente que es necesario repetir estos experimentos en mejores condiciones de control, registrando simultáneamente el electroencefalograma de los sujetos. Sin embargo, en la fase experimental actual, indican que se puede inducir el mismo efecto del centelleo visual mediante inducción electrostática.

Es importante observar que si la frecuencia de un oscilador puede modificarse mediante impulsos de una frecuencia distinta, el mecanismo debe ser no lineal. Un mecanismo lineal que actúe sobre una oscilación de una frecuencia determinada, produce una oscilación de la misma frecuencia, generalmente modificando

algo la fase y la amplitud. Pero no sucede así con los mecanismos no lineales que producen oscilaciones de frecuencias que son la suma y diferencias de distintos órdenes de la frecuencia del oscilador y de la frecuencia del trastorno impuesto. Es muy posible que un mecanismo de este tipo desplace la frecuencia; y en el caso que hemos considerado, este desplazamiento será de la misma naturaleza que una atracción. No es excesivamente improbable que esta atracción sea un fenómeno prolongado o secular, y que para tiempos cortos este sistema se mantenga aproximadamente lineal.

Consideremos la posibilidad de que el cerebro contenga diversos osciladores de frecuencia próxima a 10 por segundo, y que, dentro de unos límites, estas frecuencias puedan atraerse entre sí. En tal caso sería probable que las frecuencias se unieran en uno o más haces, al menos en ciertas regiones del espectro. Las frecuencias que se unen en haces tienen que proceder de otro sitio, provocando brechas en el espectro en puntos en que la potencia es más baja de lo que cabía esperar. Que este fenómeno sucede realmente en la generación de ondas cerebrales del individuo cuya autocorrelación se indica en la Fig. 9, lo sugiere el brusco declive en la potencia de las frecuencias por encima de 9.0 ciclos por segundo. Esto no se habría descubierto fácilmente con los bajos poderes resolutivos del análisis armónico utilizado por investigadores anteriores[10].

Para que esta explicación sobre el origen de las ondas cerebrales sea sostenible hay que examinar el cerebro para comprobar la existencia y naturaleza de los osciladores postulados. El profesor Rosenblith del M.I.T. me ha informado de la existencia de un fenómeno denominado postdescarga[11]. Si proyectamos un rayo de luz sobre los ojos, los potenciales del córtex cerebral que pueden correlacionarse con el rayo no regresan inmediatamente a cero, sino que pasan por una secuencia de fases positivas y ne-

10. Tengo que decir que el Dr. W. Grey Walter del Burden Neurological Institute de Bristol (Inglaterra) ha obtenido pruebas de la existencia de ritmos centrales estrechos. No estoy al corriente de los detalles de su metodología, pero creo entender que el fenómeno a que él se refiere se basa en el hecho de que en sus cuadros toposcópicos de ondas cerebrales, conforme se aparta uno del centro, los rayos indicadores de frecuencia quedan confinados a sectores relativamente estrechos.

11. Barlow, J.S., «Rhythmic Activity induced by photic Stimulation in Relation to intrinsic alpha Activity of the Brain in Man», «EEG Clin. Neurophysiol.», 12, 317-326 (1960).

gativas antes de extinguirse. El patrón de este potencial se puede analizar armónicamente y se descubre que tiene gran cantidad de potencia en proximidad a 10 ciclos. En este sentido, cuando menos, no es contradictorio con la teoría de autoorganización de ondas cerebrales que hemos expuesto. La unión de estas breves oscilaciones en una oscilación continua se ha observado en otros ritmos corporales, por ejemplo en el ritmo diurno de aproximadamente 23 1/2 horas que se observa en muchos seres vivos[12]. Este ritmo puede quedar absorbido en el ritmo de 24 horas del día y de la noche, por efecto de los cambios del entorno externo. Biológicamente no es importante si el ritmo natural de los seres vivos es exactamente un ritmo de 24 horas, a condición de que se integre en el ritmo de 24 horas del entorno externo.

Un interesante experimento, que podría arrojar luz sobre la validez de mi hipótesis respecto a las ondas cerebrales, sería estudiar las luciérnagas u otros animales, como los grillos o las ranas, capaces de emitir impulsos detectables, visuales o auditivos, y a la vez capaces de captarlos. Muchas veces se ha dado por sentado que las luciérnagas de un árbol centellean al unísono, y este fenómeno se ha atribuido a la ilusión óptica del ojo humano. He oído decir que, en el caso de ciertas luciérnagas del sureste asiático, el fenómeno es tan acentuado que difícilmente puede calificársele de ilusión. Veamos: la luciérnaga realiza una acción doble; por un lado, es emisor de impulsos más o menos periódicos y, por otro, posee receptores de estos impulsos. ¿No podría producirse el mismo supuesto fenómeno del acoplamiento de frecuencias? Para llevar a cabo este trabajo sería necesario registrar con suficiente exactitud los centelleos para podelnos someter a un análisis armónico. Además, las luciérnagas deberían ser expuestas a una luz periódica, de un tubo de neón, por ejemplo, para determinar si éste tiene tendencia a inducirlas a que acoplen su frecuencia. Si así fuera, habría que intentar un registro exacto de esos destellos espontáneos para someterlo a un análisis de autocorrelación similar al efectuado en el caso de las ondas cerebrales. Aun sin aventurarme a pronunciarme sobre experimentos que están por realizar, creo que es una línea de investigación muy fructífera y no excesivamente dificultosa.

El fenómeno de la atracción de frecuencias se produce tam-

12. *Cold Spring Harbor Symposium on Quantitative Biology*, Volume XXV *(Biological Clocks)*, Cold Spring Harbor, L.I., N.Y., 1960.

bién en ciertas situaciones de organismos inanimados. Considérese un determinado número de alternadores eléctricos con sus frecuencias controladas por centros conectados a los primeros móviles. Estos centros mantienen las frecuencias en regiones relativamente estrechas. Supongamos que los impulsos de salida de los generadores se combinan en paralelas o barras colectoras de las que sale la corriente a la carga externa, que en general estará sujeta a mayores o menores fluctuaciones al azar debido a la conexión y desconexión de lámparas y casos semejantes. Para evitar los problemas humanos de conexión que se producen en las centrales anticuadas, supongamos que ésta es automática en los generadores. Cuando el generador alcanza una velocidad y fase cercanas a las de otro generador del sistema, un dispositivo automático lo conecta a las barras colectoras, y si por una casualidad se aparta excesivamente de la frecuencia y fase adecuadas, un dispositivo similar lo desconecta. En tal sistema, un generador que tienda a ir demasiado deprisa y a alcanzar una frecuencia demasiado elevada asume una parte de carga superior a su capacidad, mientras que un generador que gire demasiado lento asume menos de su parte normal de carga. El resultado es que existe una atracción entre las frecuencias de los generadores. El sistema generador total actúa como si lo controlase un regulador más exacto que los reguladores individuales y formado por el conjunto de éstos y la interacción eléctrica mutua de los generadores. La exacta regulación de frecuencia de los sistemas generadores es debida parcialmente a esto, y es lo que permite el empleo de relojes eléctricos de gran precisión.

Por lo tanto, sugiero que se estudie la salida de estos sistemas, tanto experimentalmente como a nivel teórico, de un modo similar al que hemos empleado para estudiar las ondas cerebrales.

Históricamente es interesante señalar que, en los primeros tiempos de la introducción de la corriente alterna, se intentó conectar generadores del mismo tipo de voltaje constante de los que se usan en los sistemas generadores modernos, situándolos en serie en vez de en paralelo. Se comprobó que la interacción de frecuencia de cada uno de ellos era una repulsión más que una atracción. En consecuencia, aquellos sistemas eran absurdamente inestables, a menos que las partes rotatorias de cada generador estuvieran rígidamente conectadas a un eje común o a un engranaje. Por el contrario, la conexión paralela de los generadores a barras colectoras demostró una estabilidad intrínseca

que permitió unir generadores de distintas centrales en un solo sistema autónomo. Recurriendo a una analogía biológica, el sistema paralelo tenía mejor homeostasis que el sistema seriado y por eso sobrevivió, mientras que éste quedó eliminado por selección natural.

Por lo tanto, vemos que una interacción no lineal causante de una atracción de frecuencia, puede generar un sistema autoorganizativo, como sucede, por ejemplo, en el caso de las ondas cerebrales y en el de la red de corriente alterna. Esta posibilidad de autoorganización no se limita en absoluto a las bajísimas frecuencias de estos dos fenómenos expuestos. Considérense los sistemas autoorganizados de nivel de frecuencia como el de la luz infrarroja o el del espectro del radar, por ejemplo.

Como hemos dicho, uno de los problemas primordiales de la biología es el modo en que las sustancias esenciales que constituyen los genes o los virus, o posiblemente sustancias específicas carcinógenas, se reproducen a partir de materiales carentes de tal especificidad, como pueda ser una mezcla de aminoácidos y ácidos nucleicos. La explicación habitual es que una molécula de estas sustancias actúa de plantilla y con arreglo a ella se disponen las moléculas más pequeñas constitutivas, uniéndose en una macromolécula similar. Esta afirmación es fundamentalmente una figura retórica y una mera variante para describir el fenómeno fundamental de la vida, consistente en que a imagen de las macromoléculas existentes se forman otras macromoléculas. Independientemente de como se produzca el proceso, es un proceso dinámico que implica fuerzas o sus equivalentes. Un modo perfectamente posible de describir dichas fuerzas es afirmar que el portador activo de la especificidad de una molécula reside en el patrón de frecuencia de su radiación molecular, del que una parte importante se sitúa en la frecuencia electromagnética infrarroja o incluso en una más baja. Puede que las sustancias víricas específicas emitan en determinadas circunstancias oscilaciones infrarrojas capaces de inducir la formación de otras moléculas del virus a partir de un magma amorfo de aminoácidos y ácidos nucleicos. Es muy posible que este fenómeno pueda considerarse una especie de interacción atractiva de frecuencias. Como es una cuestión *sub iudice*, y ni siquiera se han formulado los detalles, me abstengo de hacer afirmaciones. El método indicado para investigarlo es el estudio de los espectros de absorción y emisión de una gran cantidad de material vírico, tal como el cristal del

virus del mosaico del tabaco, observando a continuación los efectos que ejerce la luz de las mismas frecuencias sobre la producción de más virus a partir del virus anterior en un caldo de cultivo apropiado. Cuando hablo de espectros de absorción, me refiero a un fenómeno de existencia casi segura; y en cuanto a los espectros de emisión, tenemos algo parecido en el fenómeno de la fluorescencia.

Cualquier investigación en este terreno debe implicar un método de gran precisión para estudiar minuciosamente los espectros por comparación con lo que normalmente se consideraría cantidades excesivas de luz de un espectro continuo. Ya hemos visto que nos enfrentamos a un problema parecido en el microanálisis de las ondas cerebrales, y que las matemáticas de la espectrografía de interferómetro son esencialmente las mismas que las aplicadas en este caso. Por ello, formulo la sugerencia concreta de que se explore a fondo la viabilidad de este método en el estudio de los espectros moleculares, y en particular en el estudio de espectros específicos como los de virus, genes y el del cáncer. Es prematuro prever la actual validez de estos métodos, tanto a nivel de simple investigación biológica como en el plano médico, pero abrigo grandes esperanzas de que resulten de gran utilidad en ambos casos.

Indice onomástico